

Выдающийся ученый, один из творцов современной аэродинамики, замечательный организатор научной работы, талантливейший учитель, подготовивший первые научные кадры в области авиации, Н. Е. Жуковский справедливо назван в Постановлении СНК от 3 декабря 1920 г. «отцом русской авиации».

В. В. Голубев, 1937 г.

ТЕОРИЯ КРЫЛА В ТРУДАХ Н. Е. ЖУКОВСКОГО И С. А. ЧАПЛЫГИНА

Г. Ю. Степанов

Научное наследие Николая Егоровича Жуковского составляют 152 публикации, изложенные на 3150 страницах (не считая курсов лекций в 15 отдельно изданных книгах на 3210 страницах, отзывов и персоналий современников). Число и объем публикаций подсчитаны по данным библиографии [1] с использованием пагинации Полного собрания сочинений [2], а для последних посмертных изданий — Собрания сочинений ([3], т. 7). Известны также названия 338 докладов, прочитанных Жуковским на конференциях и заседаниях научных обществ ([3], т. 7, с. 573—590). К гидроаэродинамике относятся 80 публикаций (2090 с., 66%) и 214 докладов (63%), непосредственно к вопросам авиации — 31 публикация (730 с., 23%) и 73 доклада (22%).

Теория крыла в плоскопараллельном потоке идеальной жидкости была создана Н. Е. Жуковским в 1905—1912 гг. совместно с его учеником, тогда сотрудником и затем преемником Сергеем Алексеевичем Чаплыгиным. Последнему принадлежат 69 публикаций на 1580 страницах (без 5 книг лекций на 690 с.), из них по гидроаэродинамике — 40 (1140 с., 72%) и по теории крыла — 16 (465 с., 29%) [5]; 38 докладов Чаплыгина перечислены на 410 и 411 с. в [7, т. 3] и еще 5 докладов упомянуты в [5], из них по гидроаэродинамике 21 (55%) и по теории крыла 11 (30%).

Ниже кратко рассмотрены с некоторыми комментариями прочитанные через столетие труды Н. Е. Жуковского и С. А. Чаплыгина. Цитаты приводятся без указания несущественных пропусков; угловыми

скобками < > в них отмечены поправки и дополнения; курсив — автор статьи.

Статья написана при участии Н. Ю. Кишкиной. Автор выражает признательность Г. Г. Черному и В. В. Сычеву за внимание к работе и полезное обсуждение.

1. ПЕРВЫЕ РАБОТЫ Н. Е. ЖУКОВСКОГО О ЛЕТАНИИ (1890 — 1904 гг.)

Первая публикация Жуковского по аэродинамике «К теории летания» относится к 1890 г. В ней и в докладе того же названия на пленарном заседании VIII съезда русских естествоиспытателей и врачей (4/I 1890 г.) Жуковский рассматривает «старинный вопрос о точке опоры» и утверждает, что «тело, погруженное в несжимаемую жидкую массу, заключенную в весьма большом неподвижном сосуде и лишенную трения, не может посредством внутренних сил развить постоянную силу тяги» ([2], т. 6, с. 17). Для получения силы тяги (или подъемной силы) Жуковский отмечает, как достаточные, два способа: образование поверхностей раздела (разрыва) скоростей и использование сил трения. Поставив на первое место образование поверхностей разрыва, Жуковский имел в виду теорию Гельмгольца — Кирхгофа струйных течений идеальной жидкости (1868), которой была посвящена изданная в том же году его фундаментальная работа «Видоизменение метода Кирхгофа для определения движения жидкости в двух измерениях при постоянной скорости, данной на неизвестной линии тока» (доклады 17/III 1887 и 5/I 1890 гг.). Жуковский приводит формулу Дж. Рейли (Рэлея) (1896)

$$R = \frac{\pi \sin \alpha}{4 + \pi \sin \alpha} S \rho v_{\infty}^2$$

для силы R нормального давления плоскопараллельного потока идеальной жидкости плотности ρ на пластинку площади S , обтекаемую по схеме Кирхгофа и установленную под углом атаки α к направлению скорости v_{∞} потока на бесконечности, и производит расчет тяги и мощности вертолетного винта, состоящего из двух таких пластинок. (В последующих статьях и лекциях Жуковский отмечает, что формула Рейли дает заниженную по сравнению с опытом подъемную силу и что она недостаточна для объяснения всех известных фактов летания живых существ и моделей.)

Переходя к использованию сил трения, Жуковский рассматривает обтекание неподвижного шара с движущейся поверхностью («подвижными лопатками»), имеющей скорость потенциального обтекания

$$v = 3/2 v_{\infty} \sin \theta.$$

Такое течение удовлетворяет уравнениям движения вязкой жидкости, причем все касательные и нормальные силы на поверхности шара уравновешиваются (т. е. он не испытывает, как и в идеальной жидкости, никакого сопротивления), но для движения поверхности надо затрачивать мощность

$$N = 12\pi\mu av_{\infty}^2,$$

где a — радиус шара, μ — коэффициент вязкости. При уменьшении v_∞ или при увеличении скоростей поверхности возникает сила тяги. Для приближенной реализации этой идеи Жуковский сделал новый летательный прибор с двумя расположенными рядом крылатками, вращающимися в противоположные стороны относительно параллельных осей ([2], т. 6, рис. 2, с. 16), «но по значительному весу он не мог летать, а только обнаруживал довольно заметное уменьшение веса». Заметим, что неоднократно обсуждавшаяся, но до сих пор не реализованная идея подвижной поверхности летательного аппарата, обтекаемого безотрывно при больших числах Рейнольдса Re , весьма привлекательна: в обычном аппарате затраты мощности на преодоление сопротивления трения в пограничном слое пропорциональны $Re^{-1/2}$, в то время как мощность, необходимая для движения поверхности, пропорциональна Re^{-1} , т. е. в принципе может быть значительно меньшей. Отвлекаясь от действия сил трения, Жуковский схематизирует крылатки своего прибора двумя прямолинейными параллельными вихревыми нитями противоположного вращения, с циркуляциями Γ и $-\Gamma$ на расстоянии l , которые «имеют в жидкости без трения поступательное движение со скоростью $\sigma/(\pi/l)$ » ($\sigma = \Gamma/2$). В этом нельзя не видеть первую, пока только кинематическую, реализацию Жуковским его знаменитых «присоединенных вихрей».

В 1891 г. в статье «Определение движения жидкости при каком-либо условии, данном на линии тока» Жуковский нашел точные решения двух задач о движении тяжелой и капиллярной жидкости. Однако значение упомянутых работ 1890 и 1891 гг. далеко не ограничивается решенными в них задачами. Позже предложенный в этих работах метод получил многочисленные применения как в работах Жуковского и Чаплыгина, так и в современных исследованиях по теории отрывных и кавитационных течений, а также при использовании численных приемов конформных отображений и формул Шварца — Гильберта для решения обратных краевых задач гидроаэродинамики — построения высокоэффективных крыловых профилей, каналов и решеток турбомашин.

Еще один способ создания тяги — применение гидро- и воздушно-реактивных двигателей — Жуковский подробно изучил ранее в статьях 1882 и 1886 гг. «О реакции вытекающей и втекающей жидкости» и докладах 22/II, 26/II 1882 г. и 17/XII 1885 г., а затем в статье «К теории судов, приводимых в движение силой реакции вытекающей воды» (1908) и докладах 28/X и 1/XI 1908 г. Тяга таких двигателей выражается формулой Д. Бернулли:

$$R = (u - v)G,$$

в которой v — скорость набегающей из бесконечности жидкости (или скорость движения тела с двигателем в неподвижной жидкости), u — относительная скорость ее выброса, G — массовый расход. Жуковский выводит эту формулу с некоторыми дополнениями, касающимися

условий входа и выхода воды, а также ее движения внутри судна. Жуковский, несомненно, владел идеей воздушно-реактивного двигателя (ВРД). По свидетельству Л. С. Лейбензона ([4], с. 5 и 137), Жуковский в 1903—1905 гг. «изобрел и устроил» модель «воздушного термического реактивного двигателя». Два таких двигателя были установлены на концах винта лопастей. Двигатель имел камеру сгорания смеси воздуха с парами спирта, подаваемого от втулки винта. Опыты были неудачными, однако в них Жуковский предвосхитил идеи прямоточного ВРД и винта с реактивным приводом. К этим идеям Жуковский больше не возвращался, ограничившись в дальнейшем расчетом тяги винта с большим числом лопастей (1907).

Наконец, в небольшой статье 1898 г. «О крылатых пропеллерах» и докладе 21/IV 1898 г. того же названия Жуковский обращает внимание на летательные аппараты с машущим крылом, которое, по опытам О. Лилиенталя, имеет силу сопротивления (и, следовательно, силу тяги), во много раз большую, чем то же крыло при установившемся движении с равной средней скоростью. Жуковский здесь предполагает, что этот факт связан с распространением в воздухе за счет его сжимаемости «воздушных волн», и для иллюстрации такой возможности рассматривает одномерное волновое движение газа в длинной трубе под периодическим односторонним действием поршня. С некоторой натяжкой анализ Жуковского можно отнести к теории будущих пульсирующих (волновых) ВРД; тяга же машущего крыла, как ныне известно, объясняется не сжимаемостью воздуха, а нестационарно сходящимися с крыла вихрями (В. В. Голубев, 1944).

Все возрастающий интерес Жуковского к проблемам воздухоплавания за период 1890—1905 гг. отражают 9 статей и 40 докладов, в которых он, в частности, рассматривает полет птиц и возможность «мертвой петли» (1891), демонстрирует фотографии Э. Маха летящей пули со скачками уплотнения (на что дважды ссылается Чаплыгин), рассказывает про появляющиеся летательные приборы и аппараты, эксперименты Лилиенталя, многовинтовые вертолеты. Заслуживает специального упоминания речь Жуковского 25/VIII 1898 г. на общем собрании участников X съезда русских естествоиспытателей и врачей в Киеве, в которой он, сравнивая энергетические возможности птиц и человека, произнес ставшую крылатой фразу: «Я думаю, что он <человек> полетит, опираясь не на силу своих мускулов, а на силу своего разума» ([2], т. 9, с. 188). На этом съезде была организована подсекция воздухоплавания, которую возглавил докладчик.

2. ТЕОРЕМА ЖУКОВСКОГО (1905 — 1906 гг.)

В статье 1906 г. «О присоединенных вихрях», доложенной 15/II 1905 г. в Московском математическом обществе, Жуковский, применяя теорему о количестве движения к бесконечно удаленному от профиля жидкому контуру, выводит свою знаменитую формулу для подъемной силы, действующей на единицу длины обтекаемого цилиндрического тела:

$$Y = -\rho v_{\infty} \Gamma,$$

где Γ — циркуляция скорости при положительном обходе вокруг непрерывно и стационарно обтекаемого тела (или группы тел) в плоскопараллельном безграничном потенциальном потоке, движущемся в бесконечности со скоростью v_∞ вдоль оси x .

Понятие циркуляции скорости уже было известно. Оно приведено в магистерской диссертации Жуковского (1876) под названием «обтекание» и в его лекциях по гидродинамике (1886) уже с обычным названием, предложенным У. Томсоном (1869), и с указанием на многозначность потенциала скорости при $\Gamma \neq 0$. В своей статье Жуковский называет Γ циркуляцией *присоединенных* к телу вихрей, в отличие от *свободных* вихрей, движущихся вместе с потоком, которых, по условиям теоремы Жуковского, в потоке нет. В качестве примера Жуковский изучает вихревую схему отрывного поперечного обтекания пластинки с двумя симметрично расположенными за ней неподвижными точечными вихрями и со сходом линий тока, ограничивающих отрывную область с кромок пластинки, что обеспечивает на них конечную скорость ([2], т. 5, рис. 6, с. 64). Эти вихри свободными быть не могут, так как на них действует сила Жуковского. Жуковский условно присоединяет их к пластинке и вычисляет силу X ее сопротивления, которая должна уравнивать силы, действующие на точечные вихри. Аналогичная схема обтекания кругового цилиндра позже была предложена Л. Фёпplerом (1913), причем в отличие от пластинки вихри в схеме Фёплера могут быть свободными в (неустойчивом) стационарном положении и соответственно $X = 0$.

В частных случаях сила Жуковского была вычислена Рейли (1878) для циркуляционного обтекания кругового цилиндра и В. Кутта (1902) для плавно обтекаемой дужки окружности с конечными скоростями на кромках. Однако лишь Жуковский впервые нашел выражение подъемной силы в общем виде для любого тела или системы тел и тем самым дал второе (после струйного течения Гельмгольца — Кирхгофа) разрешение парадокса Эйлера — Д'Аламбера.

В следующей работе «О падении в воздухе легких продолговатых тел, вращающихся около своей продольной оси», опубликованной в том же 1906 г. на французском языке в «Бюллетене» Аэродинамического института в Кучино, Жуковский повторил вывод своей формулы с учетом не только присоединенных вихрей с общей циркуляцией Γ , но и источников с общим расходом Q . Хотя далее Жуковский полагает $Q = 0$ и возвращается к формуле $Y = -\rho v_\infty \Gamma$, из выражения (7) этой статьи ([2], т. 5, с. 105) одновременно следует $X = -\rho v_\infty Q$, и именно обе эти формулы надо называть формулами или теоремой Жуковского. В этой работе Жуковский привел также первое экспериментальное подтверждение своей формулы путем измерения силы, действующей на пластинку, вращающуюся вокруг своей продольной оси.

Современный вывод теоремы Жуковского производят с использованием комплексных переменных. По первой формуле Чаплыгина —

Блазиуса (1910) комплексно-сопряженная сила Жуковского \bar{R} , действующая на любой контур L в безграничном потенциальном стационарном потоке несжимаемой жидкости единичной толщины, в плоскости $z = x + iy$ имеет выражение

$$\bar{R} = X - iY = 1/2\rho \int_L \bar{v}^2 dz. \quad (*)$$

Комплексная скорость $\bar{v} = v_x - iv_y$, как аналитическая и ограниченная в бесконечности функция z , представима в окрестности бесконечно удаленной точки рядом

$$\bar{v}(z) = c_0 + c_{-1}z^{-1} + c_{-2}z^{-2} + \dots, \quad (**)$$

коэффициенты которого

$$c_0 = \bar{v}(\infty) = v_\infty, \quad c_{-1} = (\Gamma + iQ)/(2\pi i) = \operatorname{Res}_{z=\infty} \bar{v}(z).$$

В результате подстановки этого ряда в формулу (*) получается теорема Жуковского в комплексной форме

$$X - iY = i\rho v_\infty (\Gamma + iQ).$$

Аналогично вторая формула Чаплыгина — Блазиуса дает выражение момента силы \bar{R} относительно точки $z = 0$, включающее коэффициент c_{-2} .

Таким образом, три первых коэффициента ряда (**) полностью определяют главный вектор и главный момент сил давления, действующих на заданный профиль. Два профиля, имеющие одинаковые коэффициенты c_0, c_{-1}, c_{-2} ряда (**), называют эквивалентными. Более того, им может быть эквивалентен просто вихреисточник, помещенный в определенную точку $z = a$, для которого при $z \rightarrow \infty$

$$\bar{v} = v_\infty + \frac{\Gamma + iQ}{2\pi i} \frac{1}{z - a} = v_\infty + \frac{\Gamma + iQ}{2\pi i} \left(\frac{1}{z} + \frac{a}{z^2} + \frac{a^2}{z^3} + \dots \right).$$

Путем сравнения последнего разложения с рядом (**) находим

$$a = 2\pi i c_{-2} / (\Gamma + iQ).$$

Ясно, что асимптотически, в масштабе бесконечно удаленного контура, любой заданный профиль эквивалентен в общем случае вихреисточнику интенсивности $\Gamma + iQ$ в точке $z = a$. Это и есть «присоединенный», по Жуковскому, вихреисточник (или вихрь при $Q = 0$)*.

* Приведенный вывод теоремы Жуковского и обоснование присоединенного вихря как эквивалентного по приложенной силе принадлежат В. В. Голубеву.

Как ныне известно, теорема Жуковского справедлива также и для плоскопараллельного стационарного баротропного ($\rho = \rho(p)$) потенциального движения газа вне любых тел или профилей. Проще всего это можно показать, рассматривая более общий случай обтекания решетки одинаковых профилей, расположенных с периодом l вдоль оси y . Тогда по теореме о количестве движения проекции силы, действующей на каждый профиль,

$$\begin{aligned} X &= (p_1 - p_2)l + (v_1 \cos \alpha_1 - v_2 \cos \alpha_2)G, \\ Y &= (v_1 \sin \alpha_1 - v_2 \sin \alpha_2)G, \end{aligned}$$

где индексы 1 и 2 относят все параметры f к бесконечностям соответственно перед решеткой и за ней, углы α суть углы наклона векторов \vec{v} к оси x , и расход газа через один период решетки

$$G = \rho_1 v_1 l \cos \alpha_1 = \rho_2 v_2 l \cos \alpha_2.$$

Циркуляция скорости вокруг каждого профиля

$$\Gamma = (v_2 \sin \alpha_2 - v_1 \sin \alpha_1)l.$$

В случае несжимаемой жидкости ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$) написанные выражения есть частный случай формул Эйлера из теории турбомашин; они приведены в вихревой теории винта и лекциях Жуковского, который заметил, что в этом случае подъемная сила

$$R = \rho v_m \Gamma, \quad \vec{v}_m = 1/2(\vec{v}_1 + \vec{v}_2), \quad \vec{R} \perp \vec{v}_m.$$

При увеличении периода решетки $l \rightarrow \infty$ все параметры $f \rightarrow f_\infty$, и в пределе получается обтекание одиночного профиля. Для $\Delta f = f_2 - f_1 \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} X &= -l\Delta p - G\Delta(v \cos \alpha), \quad Y = -G\Delta(v \sin \alpha), \\ G &= \rho v l \cos \alpha, \quad \Gamma = l\Delta(v \sin \alpha). \end{aligned}$$

Исключая из этих выражений X , Y , период $l = \Gamma/\Delta(v \sin \alpha)$, а также учитывая, что, согласно интегралу Бернулли, $\Delta p/\rho = -v\Delta v$, получаем

$$X = \rho v \Gamma \sin \alpha = -R \sin \alpha, \quad Y = -\rho v \Gamma \cos \alpha = R \cos \alpha,$$

откуда и следует теорема Жуковского для подъемной силы профиля в сжимаемой жидкости*:

$$R = \rho v \Gamma = \rho_\infty v_\infty \Gamma, \quad \vec{R} \perp \vec{v}_\infty.$$

* Такой вывод теоремы Жуковского для газа сделан Л. И. Седовым (ДАН, 1948, т. 63, № 6) и независимо Г. Ю. Степановым (Обзорный бюллетень авиамоторостроения, 1949, № 4).

3. СТАТЬИ И ДОКЛАДЫ Н. Е. ЖУКОВСКОГО 1906—1909 гг. НАЧАЛО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ КРЫЛЬЕВ И ВИНТОВ

В 1906—1909 гг. Жуковский публикует, кроме упомянутых, 9 статей и делает 13 докладов по аэродинамике. 23/ХІІ 1907 г. он прочитал блистательный, по оценке современников, доклад на I Менделеевском съезде в Петербурге «О работах Д. И. Менделеева по сопротивлению жидкостей и воздухоплаванию», опубликованный в 1909 г. в Трудах съезда. В докладе Жуковский обращает внимание слушателей на «капитальную монографию Менделеева по сопротивлению жидкостей, которая и теперь может служить основным руководством для лиц, занимающихся кораблестроением, воздухоплаванием или баллистикой» (Д. И. Менделеев, 1880, с. 160; Полн. собр. соч., 1946, т. 7), и связывает ее с последними работами по этому вопросу. Соглашаясь с Менделеевым в том, что «для полной победы над воздухом» действительно необходимы экспериментальные исследования, Жуковский пишет: «Мы не можем без опыта сделать выбора между различными теоретически возможными течениями, которые могут образоваться около рассматриваемого тела. Только прямой и твердый опыт укажет теоретику, с какой задачей гидродинамики он имеет дело и в каком смысле должен он рассматривать явление» ([2], т. 9, с. 418).

Объединив в себе, говоря словами Чаплыгина, «и высшие математические знания, и инженерные науки» в вопросах развития авиации, Жуковский отдавал приоритет наблюдению над реальными явлениями и постановке опытов. В 1902 г. он построил первую в России аэродинамическую трубу («воздушную галерею») и установку для измерения тяги воздушного винта в Московском университете (МУ), в 1910 г. создал лабораторию в Императорском техническом училище (ИТУ), в 1902—1904 гг. построил на средства Д. П. Рябушинского Аэродинамический институт в Кучино, в 1918 г. организовал и возглавил ЦАГИ. Большинство научных работ Жуковского по аэродинамике начинаются с упоминания опытных фактов, которые затем подвергаются теоретическому исследованию, и заканчиваются сравнением результатов теории с опытом.

На 10-летнем юбилее ЦАГИ С. А. Чаплыгин оценивает эту грань деятельности Жуковского так: «Введение в механику в широком размере опытного экспериментального метода — одна из крупных заслуг Н. Е. Жуковского. В области аэродинамики такой характер исследований оказался особенно нужным. А аэродинамика ведь основа авиации. И вот возникают последовательно лаборатории исследований, и, наконец, нарождается юбиляр сегодняшнего дня, наш ЦАГИ, который, по мысли его основателя, призван охватить всю область явлений, связанных с использованием сил, возникающих от движения воды и воздуха или тел в воде или воздухе» ([7], т. 3, с. 343).

Весьма примечательна для времени издания в 1909 г. статья Жуковского «О подсосывающем действии потока воздуха на пластинку». Для объяснения экспериментально установленного М. Депре

(1908) наличия подсасывающей силы при обтекании пластинки конечной толщины под малым углом атаки (а также самовращения секторов Рябушинского) Жуковский рассматривает две схемы течения. В первой из них пластинка прямоугольного поперечного сечения обтекается с образованием свободной струи по Кирхгофу; при достаточно малом угле атаки, когда граница струи, сходящей с переднего по потоку края пластинки, из-за ее конечной толщины примыкает к наветренной стороне пластинки, образуя замкнутую отрывную область, пониженное давление в этой области создает подсасывающую силу. Давление (разрежение) в замкнутой отрывной области Жуковский не определяет; факт появления этого разрежения был ему известен еще в 1890 г. ([2], т. 3, рис. 35, с. 299). Во второй схеме Жуковский берет поперечное сечение пластинки в форме вытянутого эллипса. Потенциал скорости на контуре эллипса при его циркуляционном обтекании под углом атаки α Жуковский сразу записывает, как очевидный, в эллиптических координатах $\vartheta = \ln(r/a) \in (0, \infty)$, $\theta \in (0, 2\pi)$, которые связаны с декартовыми координатами x , y в осях эллипса формулами (12) ([2], т. 3, с. 426):

$$x = a \operatorname{ch} \vartheta \cos \theta, \quad y = a \operatorname{sh} \vartheta \sin \theta.$$

Отметим, что эти формулы уже были в лекциях Жуковского по гидродинамике ([2], т. 2, 1886, с. 258); линии $\vartheta = \operatorname{const} (r = \operatorname{const})$ и $\theta = \operatorname{const}$ суть соответственно софокусные эллипсы и гиперболы с фокусами в точках $x = \pm a$, $y = 0$. В терминах теории функций комплексного переменного, которую Жуковский здесь еще не использует, формулы (12) конформно отображают внешность круга радиуса a , $r > a$, из плоскости $\zeta = \ln(r/a) + i\theta$ на всю плоскость $z = x + iy$ вне отрезка (разреза) $-a < x < a$, $y = 0$. Выбирая знак циркуляции так, чтобы вторая критическая точка приближалась к кормовой части эллипса ([2], т. 3, рис. 4, с. 428), Жуковский вычисляет подсасывающую силу вдоль оси x , отвечающую его формуле с еще неизвестной циркуляцией Γ :

$$X = \rho v_{\infty} \Gamma \sin \alpha.$$

В этой статье уже легко видеть почти все основные идеи теории крылового профиля: разрежение в замкнутой отрывной области за входной кромкой; применение эллиптических координат (отображение Жуковского); зависимость циркуляции от выбора положения критической точки на выходной кромке; объяснение подсасывающей силы.

4. УСЛОВИЕ ЖУКОВСКОГО — ЧАПЛЫГИНА (1890—1910 гг.)

Важным этапом создания теории крыла явился XII съезд русских естествоиспытателей и врачей в Москве. На этом съезде Жуковский выступал четыре раза: 30/XII 1909 г. с докладом «Применение метода Кирхгофа к расчету аэропланов»; 31/XII со вступительной речью на подсекции воздухоплавания и в тот же день с докладом «Грузоподъемность летательных машин и вихревая теория гребного винта»; 2/I 1910 г. — «Современное состояние аэродинамики в связи

с воздухоплаванием»; 3/1 — «Устойчивость летательных машин». На съезде присутствовал С. А. Чаплыгин. По поводу его участия в обсуждении проблем аэродинамики существуют противоречивые мнения.

Цитируем биографии Жуковского [4] и Чаплыгина [8], изданные одновременно в 1947 г.

Л. С. Лейбензон, ученик и близкий сотрудник Жуковского, который под его руководством работал в Кучинском институте и затем в ИТУ, на 139 и 140 с. [4] пишет: «При обсуждении докладов Н. Е. Жуковского между ним и С. А. Чаплыгиным произошел оживленный обмен мнениями, из которого выяснилось, что оба они пришли к одному и тому же методу определения неизвестной величины циркуляции, которая фигурирует в знаменитой формуле для величины подъемной силы крыла аэроплана, открытой Н. Е. Жуковским в 1904 г. и обнародованной им в 1906 г. Тут же после заседания Николай Егорович и Сергей Алексеевич показали друг другу тождественные результаты, доложить которые все еще не решался Н. Е. Жуковский. Воспитанный своими учителями в духе ньютоновской механики, Жуковский должен был сделать новый шаг вперед и добавить новый постулат, так называемый «*постулат Жуковского — Чаплыгина*», для эффективного определения подъемной силы крыла. В этот день силами русских ученых было положено начало новой науке — аэродинамике».

В. В. Голубев на 65 и 66 с. [8] излагает этот же эпизод иначе: «Среди слушателей на докладе Н. Е. Жуковского был и С. А. Чаплыгин, и во время доклада у него мелькнула гениальная мысль, что все трудности, связанные с определением циркуляции скорости, а вместе с тем и с определением при помощи теоремы Жуковского подъемной силы крыла, можно обойти, если принять следующее положение, справедливость которого всегда подтверждалась на опыте: при обтекании крыла с острой задней кромкой эта кромка является линией схода потока с верхней и нижней поверхностями крыла. Смысл этого предположения, не совсем физически выясненного и в настоящее время, состоит, по-видимому, в том, что им косвенно учитывается влияние вязкости. Сергей Алексеевич сообщил тут же после заседания свои соображения Н. Е. Жуковскому, причем немедленно выяснилось, что при помощи этого положения весьма легко определить величину циркуляции, а при помощи теоремы Н. Е. Жуковского — и величину подъемной силы. Так была создана основа всей современной технической аэромеханики. Подмеченное положение в настоящее время в зарубежной литературе носит название «основной гипотезы Жуковского», и, как видно из предыдущего, исторически это название неверно: эта гипотеза принадлежит С. А. Чаплыгину. Приведенная выше *гипотеза Чаплыгина* была немедленно использована и самим С. А. Чаплыгиным, и Н. Е. Жуковским для построения общей теории образования подъемной силы крыла».

Надо сказать, что мнение В. В. Голубева о происхождении обсуждаемого условия ранее было другим.

В биографическом очерке о Н. Е. Жуковском, написанном В. В. Голубевым десятью годами раньше с использованием материалов сотрудника Жуковского В. П. Ветчинкина для Полного собрания сочи-

нений ([2], т. 1, 1937), на 36 и 37 с. читаем: «Приблизительно одновременно Н. Е. Жуковский и С. А. Чаплыгин указали метод определения величины циркуляции в случае контуров, имеющих острую заднюю кромку. Соображение, на котором основывалось определение циркуляции, состояло в том, что физически невозможно рассматривать течение, в котором в некоторой точке скорость равна бесконечности. Отсюда сейчас же вытекает, что острая кромка крыла должна быть точкой схода струй, т. е. одной из критических точек течения. В иностранной литературе это положение обычно называется «основной гипотезой Жуковского». Все дальнейшие успехи теории крыла были связаны с замечательными результатами, полученными С. А. Чаплыгиным».

Совсем не то видим в заглавной статье В. В. Голубева «К пятидесятилетию научной деятельности Сергея Алексеевича Чаплыгина» (ПММ, т. 5, вып. 2, 1941, с. 138): «Сам Н. Е. Жуковский предложил эту формулу, известную в литературе под названием *формулы Кутта — Жуковского*, для объяснения возникновения сил, действующих на летающие в воздухе паутины, длинные ленты бумаги и т. д. Для подсчета величины сил, с которыми воздух действует на крыло самолета, вначале эту формулу нельзя было использовать, так как не было метода для вычисления входящей в формулу величины циркуляции. Путь для определения величины циркуляции впервые удалось найти С. А. Чаплыгину. Свыше 30 лет назад, в феврале 1910 г., в Московском математическом обществе С. А. Чаплыгин сделал доклад «О давлении плоскопараллельного потока на преграждающие тела», опубликованный в том же году. С. А. Чаплыгин высказал положение, что при реально наблюдаемых течениях ни в какой точке скорости не могут быть бесконечно большими. Отсюда следует, что острые углы контура, обтекаемые потоком в реальном течении, могут быть или точками схода струй, или точками разделения струй, набегающих на контур. Этот замечательный результат, который можно рассматривать как учет влияния вязкости жидкости, позволяет определить величину циркуляции».

Из-за указанных разночтений до настоящего времени в научной и учебной литературе и справочных изданиях (БСЭ, изд. 3, т. 9, с. 240—242 и т. 29, с. 22—23; Энциклопедия «Авиация», 1994, с. 229—231 и с. 649—650), к сожалению, нет единообразия по рассматриваемому вопросу. Естественно, материалы и воспоминания Л. С. Лейбензона и В. П. Ветчинкина, которые лично общались с Н. Е. Жуковским, заслуживают большего доверия, чем слова В. В. Голубева и других более молодых авторов (В. В. Голубев в 1910 г. заканчивал сдачу магистерских экзаменов по отделению математики МУ и вряд ли интересовался тогда работами и докладами Жуковского; первая публикация Голубева по аэродинамике относится к 1927 г., а работать в ЦАГИ он начал только в 1930 г.). Однако нельзя не учитывать большую вероятность того, что Чаплыгин смотрел рукопись статьи Голубева и что именно он сам вспомнил о своем докладе в Московском математическом обществе. Так или иначе, для установления авторства и правильного названия условия о конечной скорости на выступающих в поток острых кромках

обтекаемых тел остается исходить только из существа этого условия и неоспоримых публикаций Жуковского и Чаплыгина.

Течения идеальной жидкости неоднозначны, и в рамках ее модели теоретически возможно обтекание острых углов с бесконечными скоростью и разрежением. Условие конечной скорости связано отнюдь не с влиянием вязкости, которой в этой модели нет, а лишь с очевидным физическим ограничением — невозможностью жидкости выдерживать большие растягивающие напряжения. Чаплыгин связывал это условие с предполагаемой им невозможностью сверхзвуковых стационарных течений (см. [6], т. 2, с. 4, 55, 56, 77 и критическую реплику Жуковского [2], т. 7, с. 376). На необходимость ограничения скорости жидкости при обтекании острых кромок впервые обратил внимание Гельмгольц в 1868 г. (имеется русский перевод двух относящихся к этому вопросу работ Гельмгольца под редакцией и с примечаниями Чаплыгина, М., Палас, 1902). Именно в связи с этим Гельмгольц предложил свою струйную схему течения идеальной жидкости, в которой на выступающих в поток угловых точках или острых кромках он отрывается от тела с образованием свободных границ, эквивалентных вихревым поверхностям разрыва скорости. В классических струйных схемах по возможности избегают появления бесконечных скоростей, совмещая угловые точки с точками входа или схода граничных линий тока. Таковы, например, рассмотренные Жуковским в 1890 г. схемы струйного обтекания неравнобокого клина ([2], т. 3, § 7), ломаной пластинки (там же, § 12) и многие другие. Кстати говоря, упомянутые схемы, особенно ломаной пластинки, снимают вопрос о приоритете Кутта по обтеканию тонких дужек с конечными скоростями на кромках. При сплошном (безотрывном) обтекании контуров с выступающей угловой точкой (кромкой) параметры течения и, в частности, циркуляцию скорости обычно можно подобрать так, чтобы она была точкой входа или схода линии тока. Насколько известно, первым это понял и осуществил Жуковский в статье «К вопросу о разрезании вихревых шнуров» (1894) и в четырех докладах на ту же тему при решении задачи о движении свободного точечного вихря в потоке, обтекающем бесконечный клин: «На острие этого клина, как видно из формулы (22), скорость <вообще> бесконечно велика. Для получения течения, ограниченного боками клина и дающего при острие критическую точку нулевой скорости, сделаем конформное преобразование (19)» (полуплоскости со свободным вихрем на внешность клина так, чтобы одна из критических точек перешла в вершину клина) ([2], т. 3, с. 399). Кроме упомянутой статьи, Жуковский не менее двух раз изображает и использует обсуждаемое условие ([2], т. 5, с. 64 и 102), хотя, действительно, не сразу догадывается применить его для определения циркуляции при обтекании крыловых профилей. Точно так же, как при обтекании клина, за счет выбора циркуляции или подходящего конформного преобразования, Жуковский и Чаплыгин фактически одновременно решили в 1910—1911 гг. несколько новых задач построения профилей в сплошном потенциальном потоке с конечными скоростями на острых выходных кромках.

Что касается докладов Чаплыгина в Московском математическом обществе 16/II и 16/III 1910 г. «Об ударе потока на дугу круга» ([7], т. 3, с. 461), то, судя по названию, они в значительной части повторяли результаты Кутта, на что Жуковский обратил внимание автора ([6], т. 2, с. 152).

Ввиду всего сказанного условие конечной скорости идеальной несжимаемой жидкости на выступающих в поток угловых точках или кромках любого тела при его сплошном обтекании справедливо называть «гипотезой Жуковского», как это делают многие зарубежные авторы и как написано в редакционной статье журнала «Прикладная математика и механика» к 100-летию со дня его рождения (ПММ, т. 11, 1947, вып. 1, с. 7). Для профиля крыла это условие, следуя Л. С. Лейбензону, Л. Г. Лойцянскому, Н. Я. Фабриканту и др., можно и нужно называть «условием Жуковского — Чаплыгина». Заслуживает еще упоминания тот факт, что и Жуковский, и Чаплыгин считали условие конечной скорости вполне естественным и никогда не придавали ему какого-либо особого значения и названия.

Как было понято в дальнейшем (впервые, по-видимому, Л. Прандтлем), появление циркуляции в строго невязкой жидкости может быть объяснено образованием на острых кромках в начале движения вихревых поверхностей разрыва, аналогичных границам струй Гельмгольца, обеспечивающих в каждый момент времени конечные скорости на кромках, т. е. выполнение условия Жуковского — Чаплыгина. Задачу расчета таких нестационарных течений Прандтль справедливо называл трансцендентно трудной. В нескольких простейших случаях она была решена в линейной постановке и затем численно по методу дискретных вихрей, получившему после появления ЭВМ впечатляющие применения (см., например: Белоцерковский С. М., Ништ М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. — Наука, 1978). Расчеты показали, что, например, при внезапном приведении в движение с постоянной скоростью крылового профиля, имеющего одну острую кромку, с нее сходит поверхность разрыва, сворачивающаяся в известный из опытов «разгонный вихрь» с последующим установлением стационарного циркуляционного обтекания удаляющегося профиля. Для профилей со скругленной выходной кромкой условие Жуковского — Чаплыгина, строго говоря, неприменимо, и в рамках модели идеальной жидкости однозначного решения получить нельзя.

Для вязкой жидкости физический эксперимент и расчеты даже безотрывного обтекания тонких слабоизогнутых профилей показывают, что при сколь угодно больших числах Рейнольдса с учетом турбулизации пограничного слоя перехода к обтеканию этих профилей идеальной жидкостью быть не может. В случае реальных профилей с толстыми выходными кромками при больших углах атаки и числах Рейнольдса численное интегрирование с гарантированной точностью полных уравнений Навье — Стокса ограничено возможностями даже самых современных компьютеров, а уравнений Рейнольдса — применяемыми приближенными моделями турбулентности. Практически удовлетвори-

тельные результаты дают асимптотические и приближенные полуэмпирические методы расчета квазистационарных схем отрывных течений, учитывающие так называемое сильное взаимодействие пограничного слоя, отрывных областей и следа за профилем с внешним потенциальным потоком, существенно отличающимся от безотрывного течения идеальной жидкости.

5. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРОФИЛИ ЧАПЛЫГИНА И ЖУКОВСКОГО (1910—1912 гг.)

После XII съезда русских естествоиспытателей и врачей в 1910 г. в разработку теории крыла активно включился С. А. Чаплыгин. За два года он делает семь докладов и публикует две статьи — в 1910 г. «О давлении плоскопараллельного потока на преграждающие тела (к теории аэроплана)» и в 1911 г. «Результаты теоретических исследований о движении аэропланов». В исключительно содержательной статье 1910 г., используя аппарат теории функций комплексного переменного, он дает вывод общих формул для силы и момента сил, действующих на жидкость, ограниченную произвольным контуром в потенциальном потоке (формула Чаплыгина — Блазиуса); улучшает решение Кутта (1902) задачи обтекания дужки окружности при нулевом угле атаки $\beta = 0$ и получает формулу для ее подъемной силы:

$$Y = 4\pi\rho v_{\infty}^2 \sin^2(\alpha/2) = 2\pi h\rho v_{\infty}^2,$$

из которой видно, что сила Y зависит только от стрелки h дужки; находит, что при $\beta \neq 0$

$$Y = 4\pi\rho v_{\infty}^2 \sin(\alpha/2)\sin(\alpha/2 + \beta);$$

решает новую задачу обтекания такой же дужки с присоединенным к ее передней кромке кружком (для устранения бесконечной скорости обтекания при $\beta \neq 0$); впервые строит теоретический крыловой профиль в форме инверсии квадратной параболы; указывает многопараметрическую отображающую функцию, позволяющую получать теоретические профили весьма общего вида; решает еще одну новую задачу обтекания дужки окружности с конечными скоростями на кромках за счет присутствия в потоке около дужки свободного точечного вихря. Статья 1911 г. в конспективной форме повторяет содержание предшествующей. Новым является указание (без формул) схемы пространственного обтекания крыла конечного размаха с парными вихрями, «длинными усами», «образующимися благодаря разности скоростей на нижней и верхней поверхностях крыльев», «расходящимися далеко в обе стороны, а затем заворачивающимися назад и вниз» ([6], т. 2, с. 178 и 181). Позже, в докладах 22/X 1913 г. в Московском математическом обществе и 25/IV 1914 г. на III Всероссийском воздухоплавательном съезде Чаплыгин сообщил выведенные им основные формулы для крыла с парными вихрями. Конспект доклада «Вихревая теория подь-

емной силы (влияние концов пластинки)», написанный В. П. Ветчинкиным, с собственноручными рисунками Чаплыгина и его подписью на черновике доклада был опубликован на английском языке (ПММ, т. 5, вып. 2, 1941).

Из статей Чаплыгина видно его критическое отношение к математически не обоснованным присоединенным вихрям Жуковского. Во введении к статье 1910 г. Чаплыгин указывает два известных источника подъемной силы: первый — образование струй по схеме Кирхгофа, второй — циркуляция скорости присоединенных вихрей, и далее пишет: «Я преследую цель вычислить давление, возникающее из третьего источника. Оно обязано своим возникновением циркуляции скорости вокруг бесконечно удаленной точки. Тем не менее давление выражается той же самой формулой Н. Е. Жуковского, в которой под $C < \Gamma >$ следует понимать циркуляцию скорости около бесконечности. В этом случае может совершенно не быть вихрей в области, занятой жидкостью; отсутствуют и воображаемые присоединенные вихри внутри преграждающего цилиндра» ([6], т. 2, с. 145). В статье 1911 г. Чаплыгин аргументирует ту же мысль иначе: «Проф. Н. Е. Жуковский связывал циркуляцию и поддерживающую силу с присоединенными вихрями. Но оказывается, что дело в многозначности потенциала, и безразлично, будут ли существовать присоединенные вихри, или нет» ([6], т. 2, с. 184). К фразе «В 1906 г. появилась статья проф. Н. Е. Жуковского «О присоединенных вихрях», в которой указано правильное отношение к знаменитому парадоксу Эйлера», Чаплыгин делает сноску: «Приходится выбросить, имея в виду статьи Кутта» ([6], т. 2, с. 182). (В издании [7] эта сноска опущена). С приведенными высказываниями Чаплыгина согласиться нельзя. Циркуляция вокруг бесконечно удаленной точки в потенциальном потоке всегда равна циркуляции вокруг профиля и соответственно вокруг эквивалентного ему присоединенного вихря. Неоднозначность потенциала при циркуляционном обтекании очевидна; наличие диссертации Кутта 1902 г., как уже было сказано, ничем не умаляет выдающееся значение работы Жуковского 1906 г.

Н. Е. Жуковский в 1910—1912 гг. выступает с 22 докладами и публикует 10 статей по различным вопросам аэродинамики и авиации. В их числе — подробное описание первых в нашей стране аэродинамических лабораторий в МУ и ИТУ со схемами, фотографиями и некоторыми результатами исследований. Речь, произнесенную 16/І 1911 г. в Политехническом музее на торжественном заседании, посвященном сорокалетнему юбилею его научной деятельности, 64-летний Н. Е. Жуковский закончил характерными для него словами: «Когда человек прошел уже большую часть своего жизненного пути, он с грустью задает себе вопрос: суждено ли ему увидеть те манящие горизонты, которые расстилаются там впереди? Утешением ему является то, что там впереди идут молодые, сильные, что старость и юность сливаются в непрерывной работе для познания истины» ([3], т. 7, с. 65). Как бы в подтверждение этих слов Жуковский с энтузиазмом готовит и читает в 1910—1912 гг. фундаментальный курс «Теоретические основы воздухо-

плавания», который был сразу же издан литографским способом его слушателями в ИТУ. Курс был переведен на французский язык учеником Жуковского С. К. Джевецким и издан в Париже (изд. Готье-Виллар, 1916, 227 с.; 2-е изд. с примечаниями В. С. Маргулиса, там же, 1931, 254 с.). В этом курсе, как сказано в предисловии, автор старался «связать богатый опытный материал, накопленный аэродинамическими лабораториями, с теоретическими исследованиями рассматриваемых задач с помощью основных уравнений гидродинамики и теории вязкости жидкости. Область гидродинамических явлений, охватываемых точным анализом, все более и более расширяется. Результаты исследований профессоров Кутта и Чаплыгина проверяются теперь в аэродинамической лаборатории Московского высшего технического училища, и наблюдения дают хорошее подтверждение теории» ([2], вып. 1, с. 9 и 10).

Выдающимся событием в развитии теории крыла стала публикация цикла четырех близких по содержанию статей Н. Е. Жуковского ([2], т. 5):

1. «О контурах поддерживающих поверхностей аэропланов», обзор всего цикла на немецком языке, издано в Берлине, ч. 1, 1910 и ч. 2, 1912;

2. «Геометрические исследования о течении Кутта», издано на немецком языке в Трудах отд. физ. наук Общества любителей естествознания в Москве, ч. 1, 1911 и ч. 2, 1912;

3. «Определение давления плоскопараллельного потока жидкости на контур, который в пределе переходит в отрезок прямой», 1911 (доклады 11, 15 и 18/III 1911 г.);

4. «О поддерживающих планах типа 'Антуанетт'», 1911 (доклады 26/IV и 20/IX 1911 г.).

Со свойственной ему щепетильностью Жуковский ссылается в этих статьях на все известные тематически близкие работы: книгу «Аэродинамика» Ф. Ланчестера (1907 и 2-е изд. 1909); доклад и статью С. А. Чаплыгина (1910); статьи В. Кутта (1902, 1910 и 1911); обзор учителя Кутта С. Финстервальдера (1910) и даже пишет: «Эта теорема $\langle Y = -\rho v_{\infty} \Gamma \rangle$ в несколько другой форме была получена раньше в 1902 г. проф. Кутта в его ненапечатанной диссертации, которая была изложена проф. Финстервальдером. В начале 1910 г. проф. Кутта пополнил свои исследования и опубликовал их, причем он получил также формулу (2) для подъемной силы дужки окружности при любом угле атаки β , которая была найдена проф. С. А. Чаплыгиным» ([2], т. 5, с. 236). На основании этого высказывания в зарубежной литературе теорему Жуковского иногда называют теоремой Кутта — Жуковского, однако, как уже было сказано, для такого названия нет достаточных оснований.

Главное в рассматриваемом цикле работ Жуковского — предложение изящного геометрического приема построения теоретических крыловых профилей путем скругления «базиса»: сначала дужки окружности, затем круговой луночки (профили «Антуанетт»). Жуковский по-

лучает гладкие каплевидные профили с одной бесконечно тонкой или угловой кромкой, существенно используя конформное преобразование полярных координат r, θ из плоскости вспомогательного переменного $\zeta = \vartheta + i\theta = \ln(r/a) + i\theta$ в прямоугольные координаты двулистной плоскости $z = x + iy$ со сшивкой листов по разрезам $-a < x < a, y = 0$, которое записывает с помощью давно известных ему эллиптических координат:

$$z = a \operatorname{ch} \ln(\zeta/a) = 1/2(\zeta + a^2/\zeta).$$

Это преобразование в данном контексте обычно называют преобразованием Жуковского. «Профили Жуковского», получаемые скруглением одной кромки базовой дужки окружности в том же 1910 г., уже были построены Чаплыгиным как инверсии квадратных парабол, что отмечает сам Жуковский ([2], т. 5, с. 297—301); логично было бы называть эти профили профилями Чаплыгина — Жуковского. Задачу обтекания круговых луночек (и в частном случае круговых сегментов — профилей Рато) независимо от Жуковского в том же году решил Кутта, однако их скругление впервые произвел Жуковский. Позже аналогичные профили с угловой кромкой были построены Т. Карманом и Е. Треффтцем (1918). Очевидно, что такие профили надо называть профилями Жуковского. Заметим, что профили с угловой кромкой иначе можно строить путем инверсии гипербол, что, по-видимому, знал Чаплыгин, который в статье 1922 г. ограничился инверсией только эллипсов для получения профилей с двумя скругленными кромками ([6], т. 2, с. 230—243). Жуковский дал полную теорию построенных профилей, определил их подъемную силу и главный момент по вновь выведенной формуле, совпадающей со второй формулой Чаплыгина — Блазиуса. В частности, оказалось, что точка приложения силы у прямого профиля Чаплыгина — Жуковского (скругленного отрезка прямой) лежит на $1/4$ этого базового отрезка независимо от угла атаки. Это выгодно для органов управления, и такой профиль получил название руля Жуковского.

Обращаясь к самому трудному вопросу — оценке силы сопротивления, Жуковский утверждает, что основной (кроме поверхностного трения) «причиной этой силы являются убегающие вихри. Отход жидкости перед резко заостренным краем атаки является причиной образования вихрей, которые убегают от края атаки в направлении, перпендикулярном пластинке. Эти-то движущиеся вихри и вносят лобовое сопротивление T , зависящее от угла <атаки> β » ([2], т. 5, с. 301). Жуковский предлагает и строит модель этого явления в виде точечного вихря, располагающегося в точке R' на касательной к передней кромке C тонкого профиля (дужки) близко от нее, так, чтобы точка C была критической, а проходящая через нее линия тока образовывала замкнутый контур. На вихрь действует сила T' (в пределе равная подсосывающей силе). «Не будучи удерживаемым, воображаемый добавочный контур будет деформироваться, и центр <вихрь> R' будет двигать-

ся. При его смещении с указанного места нарушается условие (49) <Жуковского — Чаплыгина>, и скорость в вершине S становится очень большой. Это является причиной возникновения нового вихря и т. д. Разумеется, указанная нами схема должна быть более полно разработана гидродинамически. Сила T , которая с помощью ее получалась, совпадает с силой лобового сопротивления, данной проф. Кутта <1910> и хорошо удовлетворяющей результатам наблюдений». Как видно, эта модель Жуковского предвосхитила упомянутые выше расчеты нестационарных течений со сходом свободных дискретных вихрей с острых кромок обтекаемых тел.

Не ограничиваясь теоретическим анализом, Жуковский ставит и проводит в трубах ИТУ и МУ экспериментальные исследования, в общем подтверждающие расчетные схемы при небольших углах атаки. Результаты этих исследований Жуковский публикует в 1912 г. во вторых частях двух первых статей указанного цикла и в своем «Курсе лекций».

6. ПОСЛЕДНИЕ РАБОТЫ Н. Е. ЖУКОВСКОГО. ТЕОРИЯ ВИНТА И ГАЗОВАЯ ДИНАМИКА

После 1912 г. до своей кончины в 1921 г. Жуковский сделал 16 докладов и напечатал 15 работ по аэродинамике. Еще 6 работ вышли в различных изданиях посмертно.

В 1912 г. Жуковский начал публиковать свою прославленную вихревую теорию гребного винта, изложенную в четырех статьях (1912, 1914, 1915 и 1918).

Вопросы, связанные с теорией винта, уже давно привлекали внимание Жуковского. В работе «Видоизменение метода Кирхгофа...» (1890) он впервые поставил и решил (для частного случая угла входа $\alpha_1 = 90^\circ$) задачу струйного течения жидкости через плоскую решетку пластин (дополнение этого решения для любых α_1 было опубликовано С. А. Чаплыгиным и А. П. Минаковым в 1930 г.). Затем Жуковский прочитал 12 докладов по этой тематике. В докладе 27/IX 1891 г. он демонстрирует «воздушный волчок» (винт); 28/VIII 1898 г. — «новый пропеллер крылатой формы»; 22/I 1904 г. обсуждает полезный груз, поднимаемый вертолетом (доклад был издан в том же году); 2/XII 1904 г. рассматривает проект вертолета; в 1907 г. публикует статью «Теория гребного винта с большим числом лопастей»; 24/I 1908 г. докладывает о работах студентов МУ Загордина и Эйгеса по сопротивлению решеток пластин в воздушном потоке (это, насколько известно, первое экспериментальное исследование решеток кратко описано в § 12 «Курса лекций» ([2], вып. 1, с. 124—128)); 31/XII 1909 г. на XII съезде русских естествоиспытателей и врачей показывает фотографии О. Фламма с кавитационными следами за винтом в воде и впервые сообщает свою вихревую схему гребного винта, которую затем, по мере ее разработки, докладывает 19/III 1911 г., 18/IX 1912 г., 20/II, 18/VI и 24/IX 1913 г. Последний доклад Жуковского и три из последних прижизненных публикаций были посвящены ветряным мельницам

— обращенным воздушным винтам. Увлеченность Жуковского разрабатываемой теорией винта показывает и то, что из 525 страниц его «Курса лекций по воздухоплаванию» эта теория занимает 170, т. е. почти одну треть.

Теория Жуковского распространяет на пространственное обтекание лопастей винта его идею о присоединенных вихрях, сохраняющихся в модели идеальной жидкости в виде свободных вихревых «шнуров» (конечной толщины), которые сходят в поток с концов или выходных кромок лопастей. Подобную схему обтекания крыла конечного размаха Жуковский впервые упоминает в 1910 г. со ссылкой на «Аэродинамику» Ланчестера (1907) и обзорную статью Финстервальдера (1910); во введении к своей первой статье по теории винта (1912) он изображает соответствующую П-образную схему вихрей, упоминая еще статьи Чаплыгина (1911) и Прандтля (1912)*, а также (неточное) изображение вихревой схемы винта Рябушинским (1912).

Отмечая, что «во всех упомянутых сочинениях не рассматривается причина образования вихревых шнуров», т. е. свободных вихрей, Жуковский несколько непоследовательно (вероятно, следуя Прандтлю) для крыла конечного размаха упоминает «эффект поверхностного трения», но затем, переходя к замечательному по четкости описанию своей схемы, опирается только на сохранение вихрей в идеальной жидкости: «Я предполагаю (рис. 4), что движение жидкости около вращающегося пропеллера управляется вихревым шнуром, который представляет осевой вихревой столб под винтом, вращающий в сторону вращения пропеллера с циркуляцией $2I < 2\Gamma >$. Этот вихревой столб разделяется на две системы присоединенных вихрей, <которые идут> внутри <лопастей> винта, так что циркуляции скорости по контурам, охватывающим лопасти, равны I , и затем опускаются, выходя из концов лопастей, вниз в виде двух винтовых вихревых шнуров с циркуляциями I » ([2], т. 6, с. 78).

В первой статье, являющейся программной, Жуковский находит условия стационарности вихревых шнуров на поверхности кругового цилиндра; вычисляет скорости в осредненном осесимметричном потоке, причем заменяет винт вихревым диском («доньшком»); рассматривает «подбор лопастей винта для образования заданной циркуляции» Γ вокруг них в решетке, получающейся в развертках на плоскость цилиндрических сечений винта; определяет его силу тяги и мощность и дает приближенный подбор «наивыгоднейших параметров винта на заданную силу тяги». В следующих статьях Жуковский изучает связь между осевой и окружной слагающими скоростей в осесимметричном потоке, предполагаемом цилиндрическим, при различных законах закрутки лопасти, в частности, при постоянной осевой скорости (когда $\Gamma = \text{const}$, винты «типа НЕЖ») и для винта с плоскими лопастями («доска»); распространяет свою формулу о подъемной силе на поток через решетку «между двумя близкими соосными цилиндрами» (эквивалентную плос-

* В Полном собрании сочинений ([2], т. 6, с. 76) ошибочно напечатано 1913 г.

кой решетке); ссылаясь на работы своего ученика и сотрудника В. П. Ветчинкина, учитывает сжатие струи за винтом, а также возможную переменность циркуляции Γ вдоль лопасти; дает новое весьма изящное решение задачи о сплошном (безотрывном) обтекании решетки пластин (которую другими способами «в недавнее время рассмотрели профессора С. А. Чаплыгин <«Теория решетчатого крыла», 1914> и Кутта <1911>», [2], т. 6, с. 192) и применяет это решение к расчету винта, «работающего в кольцевом пространстве»; приводит результаты испытаний винтов и вентиляторов «типа НЕЖ» в ИТУ и показывает их выгодность по сравнению с имеющимися другие закрутки лопастей; обсуждает различные способы практического расчета и профилирования винтов.

Все четыре статьи Жуковского были переведены и опубликованы в Париже (изд. Готье-Виллар, 1929) с предисловием В. С. Маргулиса, примечаниями и обширными дополнениями В. П. Ветчинкина. Помимо непосредственного отношения к теории винта, в них можно видеть почти все основные идеи современной гидродинамической теории турбомашин.

Вторым направлением последних работ Жуковского оказалась газовая динамика.

Здесь необходимо вспомнить докторскую диссертацию С. А. Чаплыгина «О газовых струях» (1902, доклады 13/I и 20/II 1896 г. в Московском математическом обществе и 24/XII 1901 г. на XI съезде русских естествоиспытателей и врачей). В ней Чаплыгин усовершенствовал линейные в плоскости годографа скорости уравнения движения газа (П. Моленброк, 1890) и, используя метод Жуковского (1890) построения струйных (по Гельмгольцу и Кирхгофу) течений несжимаемой жидкости, создал и всесторонне исследовал новый метод точного аналитического (в форме рядов) решения задач газовой динамики, а также указал весьма эффективный прием линейной аппроксимации адиабаты ($p = k/\rho$). Ограничение своего решения дозвуковыми скоростями Чаплыгин считал весьма существенным: «Если это условие не выполнимо, то, по-видимому, установившегося движения и быть не может» ([6], т. 2, с. 4); «Мы полагаем, что таких <сверхзвуковых> скоростей, по крайней мере при установившихся течениях, и существовать не может» (там же, с. 10). При переиздании работы Чаплыгин добавляет в сносках: «В настоящее время <1933 г.> взгляды в этом отношении изменились и «найденны установившиеся формы течений со скоростями, превышающими звуковую» (там же, с. 10 и 77).

Замечательная работа Чаплыгина «О газовых струях» на несколько десятилетий опередила свое время и не получила продолжения ни у ее автора, ни у Жуковского, которые ссылались на нее лишь для обоснования возможности применять модель несжимаемой жидкости при малых дозвуковых скоростях.

Жуковский, как обычно, начинает с упрощенных моделей явления. В двух докладах 1919 г. и четырех статьях, опубликованных в 1920, 1922 и 1925 гг. ([2], т. 4 и т. 7), он возвращается к пяти своим докладам

1914—1917 гг. и подробно рассматривает движение тяжелой жидкости в открытом канале и движение газа в трубе с упоминанием опытов, проведенных им в МУ. Эти работы положили начало нестационарной газовой динамике (с приближенным учетом трения) и газогидравлической аналогии. Последняя позволяет перенести результаты исследований движения тел в тяжелой жидкости конечной глубины (доклады Жуковского 18/III и 16/IX 1903 г., опубликованные в 1907 г. и в обработке А. П. Котельникова в 1937 г.) на плоскопараллельное обтекание тех же тел газом. По несколько преувеличенной оценке Ф. И. Франкля («О работах Н. Е. Жуковского, связанных с проблемой волнового сопротивления тел в газах при сверхзвуковой скорости». — Вестник МГУ, 1951, № 3), в упомянутых работах Жуковским создан аппарат, достаточный для вывода всех формул линейной теории сверхзвукового обтекания тел, в частности формул Аккерета (1925).

В последние годы жизни, будучи членом Комиссии по особым артиллерийским опытам, председателем Коллегии ЦАГИ и профессором Института инженеров Красного воздушного флота (с 1922 г. Военно-воздушная инженерная академия), Жуковский интересовался проблемами ракетных двигателей и обдумывал программу экспериментальных и теоретических исследований по газовой динамике, осуществить которую ему было не суждено.

Фундаментальные труды Н. Е. Жуковского по теории крыла и винта создали ему всемирную известность и поставили его в один ряд с основоположниками гидродинамики. Впереди были работы его учеников и последователей по теориям биплана и триплана, механизированных крыльев, неустановившихся движений жидкости и газа, пограничного слоя и отрывных течений; расчеты движения газа при до-, транс- и сверхзвуковых скоростях; работы по гидрогазодинамике компрессоров, турбин, газотурбинных и ракетных двигателей и многие, многие другие, прославившие школу Жуковского и Чаплыгина и обеспечившие современный прогресс авиации и космонавтики.

Уместно закончить этот обзор исключительно точными, глубоко прочувствованными словами С. А. Чаплыгина, произнесенными в день похорон Н. Е. Жуковского 20 марта 1921 г.: «Он своей светлой и могучей личностью объединял в себе и высшие математические знания, и инженерные науки. Он был лучшим соединением науки и техники, он был почти университетом... Им основана не школа, а школы. Его ученики совместно с учителем создали целые большие учреждения... Центральный аэрогидродинамический институт объединяет теперь сотни и сотни крупных инженерных сил и, несомненно, даст очень большие результаты».

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский Н. Е. Библиография печатных трудов. — М.: Издательский отдел ЦАГИ. — 1968.
2. Жуковский Н. Е. Полное собрание сочинений. В девяти томах и семи выпусках лекций. — М. — Л.: ОНТИ, Оборонгиз. — 1935—1939.

3. Жуковский Н. Е. Собрание сочинений. В семи томах. — М. — Л.: Гостехиздат. — 1948—1950.

4. Лейбензон Л. С. Николай Егорович Жуковский. — М. — Л.: Изд. АН СССР. — 1947.

5. Чаплыгин С. А. Библиография печатных трудов. — М.: Издательский отдел ЦАГИ. — 1968.

6. Чаплыгин С. А. Полное собрание сочинений. В трех томах. — Л.: Изд. АН СССР. — 1933—1935.

7. Чаплыгин С. А. Собрание сочинений. В четырех томах. — М. — Л.: Гостехиздат. — 1948—1950.

8. Голубев В. В. Сергей Алексеевич Чаплыгин. — М.: Изд. БНТ ЦАГИ. — 1947.

Рукопись поступила 25/IX 1996 г.