

## Программа

курса «Основы механики сплошных сред» для студентов-математиков 5 курса

Осень 2024 г.

Лектор профессор Эглит Маргарита Эрнестовна

1. Сплошная среда. Определение. Пространственные (эйлеровы) и материальные (лагранжевы) координаты. Два подхода к описанию движения: лагранжев и эйлеров. Материальная (индивидуальная, полная) производная по времени. Формулы для вычисления ускорения по скорости при эйлеровом и лагранжевом подходах.
2. Тензор деформаций (Коши–Грина). Определение. Механический смысл компонент тензора деформаций в декартовой системе координат в случае малых деформаций.
3. Выражение компонент тензора деформаций через производные от компонент вектора перемещения при конечных и малых относительных перемещениях. Формулы для коэффициента относительного изменения объема при малых относительных перемещениях. Уравнения совместности для компонент тензора малых деформаций (без вывода).
4. Тензор скоростей деформаций. Определение, механический смысл компонент, выражение компонент через компоненты вектора скорости. Формула для скорости относительного изменения объема. Механический смысл дивергенции скорости.
5. Вектор вихря. Определение. Ротор вектора. Теорема Коши–Гельмгольца о распределении скоростей в малой окрестности любой точки сплошной среды. Механический смысл вектора вихря. Потенциал скорости.
6. Формулы дифференцирования по времени интеграла по подвижному объёму и формула Гаусса–Остроградского.
7. Закон сохранения массы для индивидуального объема для неподвижного пространственного объёма. Дифференциальное уравнение неразрывности. Уравнение неразрывности для несжимаемой среды
8. Количество движения объема сплошной среды. Силы, действующие на среду: массовые и поверхностные. Плотность массовых сил. Плотность поверхностных сил – вектор напряжений. Закон сохранения количества движения для индивидуального объема сплошной среды.
9. Формула Коши для вектора напряжений. Тензор напряжений. Определение. Механический смысл компонент тензора напряжений в декартовой системе координат. Дифференциальные уравнения движения.
10. Макроскопический и собственный моменты количества движения малой частицы и объема сплошной среды. Моменты внешних сил и пар. Закон сохранения момента количества движения для индивидуального объема сплошной среды. Дифференциальное уравнение момента количества движения при отсутствии собственного момента количества движения и пар сил. Симметрия тензора напряжений как следствие закона сохранения момента количества движения (при некоторых условиях).

11. Закон сохранения энергии – первый закон термодинамики. Словесная формулировка и математическая формулировка в символическом виде. Внутренняя и кинетическая энергия сплошной среды. Притоки энергии извне к индивидуальному объему среды. Закон сохранения энергии для индивидуального объема среды в случае, когда энергия к среде поступает только в виде работы внешних сил и притока тепла. Формула Коши для плотности притока тепла при теплопроводности. Вектор потока тепла. Дифференциальное уравнение энергии.
12. Уравнение кинетической энергии (теорема живых сил) для индивидуального объема сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Дифференциальное уравнение притока тепла (дифференциальное уравнение внутренней энергии).
13. Теплопроводность. Вектор потока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Дифференциальное уравнение притока тепла для покоящейся теплопроводной среды при выполнении закона Фурье.
14. Второй закон термодинамики. Общая формулировка, содержащая понятие энтропии. Понятие обратимого и необратимого процесса. Математическая формулировка второго закона термодинамики для индивидуального объема сплошной среды. Плотность энтропии, плотность притока энтропии при отсутствии диффузии, плотность производства энтропии.
15. Дифференциальная форма второго закона термодинамики (дифференциальное уравнение энтропии). Производство энтропии в процессе теплопроводности. Формулировка второго закона термодинамики, содержащая «некомпенсированное тепло».
16. Полная система уравнений для описания движения сплошной среды. Универсальные уравнения, следующие из законов сохранения. Определяющие соотношения.
17. Жидкости и газы в механике сплошных сред. Определение. Вектор и тензор напряжений в покоящихся жидкостях и газах.
18. Идеальная жидкость. Определение. Вид вектора напряжений  $\vec{P}_n$  и компонент тензора напряжений  $p_{ij}$  в идеальной жидкости. Уравнение движения идеальной жидкости – уравнение Эйлера. Уравнение энергии и уравнение притока тепла для идеальной жидкости или газа. Полная система уравнений идеальной жидкости. Примеры уравнений состояния. Граничное условие на поверхности твердого тела для идеальной жидкости.
19. Вязкая жидкость или газ. Определение. Линейно-вязкая (ньютоновская) жидкость. Изотропная линейно-вязкая жидкость. Закон Навье – Стокса.
20. Уравнения Навье – Стокса. Граничные условия на поверхности твердого тела в вязкой жидкости
21. Турбулентность. Критерий Рейнольдса. Введение осредненных величин. Свойства операции осреднения. Уравнения Рейнольдса. Тензор турбулентных напряжений. Полуэмпирические модели турбулентности.
22. Модель упругой среды. Изотропная линейно-упругая среда. Закон Гука. Механический смысл модуля Юнга, коэффициента Пуассона, модуля сдвига.

23. Температурные деформации и напряжения в упругих средах. Полная система уравнений линейной теории упругости при изотермическом деформировании
24. Типичные граничные условия для уравнений теории упругости. Принцип Сен-Венана. Уравнения Навье – Ламе. Постановка задач теории упругости в перемещениях. Постановка задач теории упругости в напряжениях.

*Примечание. В прочитанных лекциях все формулы и уравнения писались только в декартовых координатах.*

### Некоторые учебники по этому курсу

Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. М., 2010–2024  
<http://gidropraktikum.narod.ru/Eglit-OMSS.djvu>

Механика сплошных сред в задачах. Под ред. М. Э. Эглит. Т. 1. Теория и задачи. М., Московский лицей, 1996  
[http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Eglit\\_MSSzadach\\_t1\\_1996ru.djvu](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Eglit_MSSzadach_t1_1996ru.djvu)

Механика сплошных сред в задачах. Под ред. М. Э. Эглит. Т. 2. Ответы и решения. М., Московский лицей, 1996  
[http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Eglit\\_MSSzadach\\_t2\\_1996ru.djvu](http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Eglit_MSSzadach_t2_1996ru.djvu)

Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т.1, Т.2  
<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mechanics/continuous.htm>