

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан механико-математического факультета,
член-кор. РАН, профессор А.И. Шафаревич

«27» мая 2022 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

(для осуществления приема на обучение по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре)

1. Естественные науки

1.1. Математика и механика

1.1.10. Биомеханика и биоинженерия

(физико-математические науки)

Программа утверждена
Приказом по факультету
№ _ от _____ 2022 г.
/
Ученым советом факультета
(протокол № 4 от 27 мая 2022 г.)

I. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

Настоящая программа* по специальности 1.1.10. — «Биомеханика и биоинженерия» предназначена для осуществления приема по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, содержит основные темы и вопросы к вступительному экзамену по специальности, список основной и дополнительной литературы и критерии оценивания.

*Темы и вопросы программы не должны превышать требований ФГОС ВО магистратуры и специалитета.

I. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Линейные отображения, операции с матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции. Линейные операторы в n -мерном пространстве. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
2. Ряд Тейлора для функции одной и нескольких переменных. Ряды Фурье, интегралы Фурье.
3. Дифференциальные операторы: градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа. Объемные, поверхностные и криволинейные интегралы. Формулы Остроградского—Гаусса и Стокса преобразования интегралов.
4. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Существование и единственность решения.
5. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость и фундаментальная система решений. Детерминант Вронского. Линейное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение. Фазовое пространство. Интегральные кривые. Особые точки системы линейных уравнений. Типы особых точек на плоскости.
6. Функции комплексного переменного. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Условия Коши—Римана. Аналитические функции. Простейшие конформные отображения.
7. Формула Коши. Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки однозначных аналитических функций.
8. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными. Примеры разных типов уравнений из механики сплошной среды и физики.

Литература к общей части

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. М.: Физматлит, 1994.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1, 2. М.: Изд-во МЦНМО, 2012.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во МГУ. 1985.
4. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2004.
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1974.
6. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
7. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
8. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука. 2000.

II. ОСНОВНЫЕ РАЗДЕЛЫ И ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Угловая скорость абсолютно твердого тела. Формула Эйлера для поля скоростей точек абсолютно твердого тела. Теоремы сложения скоростей и ускорений в сложном движении точки; ускорение Кориолиса.
2. Инерциальные системы отсчета, принцип относительности Галилея. Принцип детерминированности для системы материальных точек. Аксиома освобождения от связей. Идеальные связи. Принцип Даламбера—Лагранжа. Движение материальной точки относительно неинерциальной системы отсчета. Силы инерции.

3. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы материальных точек. Законы сохранения. Модели линейного вязкого трения и сухого трения Кулона.
4. Уравнения Лагранжа второго рода для голономных систем с потенциальными силами. Обобщенный интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
5. Наблюдаемость механических систем. Оценивание состояния при случайных возмущениях. Решение переопределенных задач методом наименьших квадратов.
6. Понятие сплошной среды. Пространственные и материальные координаты, эйлерово и лагранжево описание движения сплошной среды. Поля перемещений, скоростей, ускорений, соотношения между ними при лагранжевом и эйлеровом описании. Траектории и линии тока.
7. Тензоры конечных и малых деформаций, их скалярные инварианты, связь с вектором перемещения, уравнения совместности. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент.
8. Дивергенция скорости и вектор вихря скорости, их механический смысл. Циркуляция вектора скорости. Потенциальное движение.
9. Закон сохранения массы для конечного объема сплошной среды. Уравнение неразрывности для сжимаемой и несжимаемой среды в переменных Эйлера и Лагранжа. Закон сохранения массы компонент для многофазных многокомпонентных сред. Закон диффузии Фика.
10. Закон сохранения количества движения для конечного объема сплошной среды. Тензор напряжений. Дифференциальное уравнение движения для произвольной сплошной среды.
11. Закон сохранения момента количества движения для конечного объема сплошной среды и в дифференциальной форме. Симметрия тензора напряжений.
12. Закон сохранения энергии для конечного объема сплошной среды. Вектор потока тепла. Дифференциальное уравнение энергии. Теорема о кинетической энергии. Работа внутренних сил. Уравнение притока тепла. Адиабатические и изотермические процессы, приток тепла за счет теплопроводности. Закон теплопроводности Фурье.
13. Обратимые и необратимые процессы. Второй закон термодинамики. Тождество Гиббса. Приток энтропии извне. Производство энтропии в необратимых процессах.
14. Условия на поверхностях сильного разрыва в сплошных средах. Тангенциальные разрывы и ударные волны.
15. Формула размерности. Размерные и безразмерные величины. Пи-теорема. Физическое подобие явлений. Критерии подобия. Моделирование механических явлений. Числа Рейнольдса, Маха, Фруда, Струхала, Уомерсли, Эйлера, Прандтля.
16. Модель идеальной жидкости. Уравнения движения Эйлера. Понятие баротропии. Замкнутые системы уравнений для идеальной несжимаемой жидкости и идеального баротропного газа. Начальные и граничные условия.
17. Интегралы Бернулли и Коши—Лагранжа.
18. Силы, действующие на тело, движущееся в идеальной жидкости: сила сопротивления, подъемная сила. Стационарное обтекание крылового профиля. Парадокс Д'Аламбера—Эйлера. Теорема Жуковского о подъемной силе. Постулат Жуковского—Чаплыгина для определения циркуляции вокруг крылового профиля с острой задней кромкой.
19. Модель линейно-вязкой жидкости. Уравнения движения Навье—Стокса. Диссипация механической энергии в вязкой жидкости. Уравнение притока тепла. Замкнутые системы уравнений для вязкой теплопроводной несжимаемой и сжимаемой жидкостей. Граничные условия.
20. Движение вязкой жидкости с малыми и большими числами Рейнольдса. Приближение Стокса. Сила Стокса. Пограничный слой, развитые течения в трубках и входной участок. Уравнения Прандтля для пограничного слоя. Граничные условия. Понятие об отрыве пограничного слоя.
21. Течение Куэтта. Течение Пуазейля в круглой и эллиптической трубе.
22. Пульсирующее течение вязкой несжимаемой жидкости в круглой трубе, решение Громеки.
23. Параметры течения крови в различных участках сердечно-сосудистой системы. Механика сердца, клапаны сердца. Подходы к моделированию течения крови в ветвящемся сосудистом русле.
24. Одномерная теория течения крови в крупных сосудах. Реология крови: зависимость кажущейся вязкости от скорости сдвига.
25. Модель линейного упругого тел. Закон Гука. Постановки задач теории упругости в

- перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.
26. Модели неупругого поведения твёрдых деформируемых тел: идеальная пластичность, упрочнение, линейная вязкоупругость.
27. Фильтрация жидкости в пористых средах. Закон Дарси.

III. РЕФЕРАТ ПО ИЗБРАННОМУ НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ

Реферат по избранному направлению подготовки представляет собой обзор литературы по теме будущего научного исследования и позволяет понять основные задачи и перспективы развития темы будущей диссертационной работы. Реферат включает титульный лист, содержательную часть, выводы и список литературных источников. Объем реферата 10–15 страниц машинописного текста. В отзыве к реферату предполагаемый научный руководитель дает характеристику работы и рекомендуемую оценку, входящую в общий экзаменационный балл.

IV. ПРИМЕРЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Вариант 1.

Вопрос 1. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы материальных точек. Законы сохранения. Модели линейного вязкого трения и сухого трения Кулона.

Вопрос 2. Движение вязкой жидкости с малыми и большими числами Рейнольдса. Приближение Стокса. Сила Стокса. Пограничный слой, развитые течения в трубках и входной участок. Уравнения Прандтля для пограничного слоя. Граничные условия. Понятие об отрыве пограничного слоя.

Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Вариант 2.

Вопрос 1. Закон сохранения количества движения для конечного объема сплошной среды. Тензор напряжений. Дифференциальное уравнение движения для произвольной сплошной среды.

Вопрос 2. Модели неупругого поведения твёрдых деформируемых тел: идеальная пластичность, упрочнение, линейная вязкоупругость.

Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

V. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: ЧеРо, 1999.
2. Голубев Ю.В. Основы теоретической механики. М.: Изд-во МГУ, 2019.
3. Вильке В.Г. Теоретическая механика. СПб.: Лань, 2003.
4. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. М.: Физматлит, 2005.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1994.
6. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990.
7. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т.1, 2. М.: Физматлит, 1963.
8. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.
9. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
10. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. 2-е изд. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.

11. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. Т. 1. Теория и задачи. Т. 2. Ответы и решения. М.: Московский лицей, 1996.
12. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т. VI. Гидродинамика. 6-е изд. М.: Физматлит, 2015.
14. Слэзкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат. 1955.
15. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1987.
16. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
17. Шкадов В.Я., Запрынов З.Д. Течения вязкой жидкости. М.: Изд-во МГУ, 1984.
18. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.

Дополнительная

1. Лайтхилл Дж. Математическая биогиродинамика. Пер. с англ. Т.В. Рамодановой под ред. К.В. Кошеля. М., Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014.
2. Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У. Механика кровообращения. М.: Мир. 1981.
3. Лайтфут Э. Явления переноса в живых системах. М.: Мир, 1977.
4. Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. М.: Мир, 1983.
5. Регирер С.А. Лекции по биологической механике. Ч. 1. М.: Изд-во МГУ. 1980.
6. Современные проблемы биомеханики. Т. 1–6. Рига. Т. 7. Н. Новгород. Т. 8–11. М., 1983—2006.
7. Бранков Г. Основы биомеханики. М.: Мир, 1981.
8. Волькенштейн М.В. Общая биофизика. М.: Наука, 1978.
9. Гидродинамика кровообращения. М.: Мир, 1971.
10. Бернштейн Н.А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности. М.: Медицина, 1966.
11. Зациорский В.М., Арунин А.С., Селуянов В.Н. Биомеханика двигательного аппарата человека. М.: Физкультура и спорт. 1981.

V. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Уровень знаний поступающих в аспирантуру МГУ оценивается по десятибалльной шкале. При отсутствии поступающего на вступительном экзамене в качестве оценки проставляется неявка. Результаты сдачи вступительных экзаменов сообщаются поступающим в течение трех дней со дня экзамена путем их размещения на сайте и информационном стенде структурного подразделения. Вступительное испытание считается пройденным, если абитуриент получил семь баллов и выше.

VI. АВТОРЫ

Ответственные за программу

заведующий кафедрой прикладной механики и управления механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова профессор Александров В.В.,
заведующий кафедрой гидромеханики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова профессор Карликов В.П.

Составители

д.ф.-м.н. Цатурян А.К., к.ф.-м.н. Кручинин П.А., к.ф.-м.н. Леонтьев Н.Е.