

Вопросы к экзамену по курсу Основы механики сплошных сред  
для студентов 2-го курса отделения механики  
2014 год, лектор проф. Эглит М.Э.

Ниже приведен список вопросов к экзамену по курсу Основы механики сплошных сред. Кроме того, приведен так называемый **минимум** к экзамену - список вопросов, знание ответов на которые **абсолютно необходимо** для получения положительной отметки.

1. Лагранжево описание движения сплошной среды. Лагранжевы (материальные) координаты. Закон движения точек сплошной среды. Вычисление компонент вектора скорости по закону движения. Вычисление ускорения по скорости при лагранжевом описании.
2. Эйлерово описание движения. Пространственные координаты. Вычисление поля ускорений по полю скоростей при Эйлеровом описании. Индивидуальная (материальная, полная) и локальная производные по времени.
3. Переход от Лагранжева описания движения сплошной среды к Эйлерову и обратный переход.
4. Криволинейные системы координат. Координатные линии и поверхности, векторы базиса, формула для квадрата элемента длины дуги, взаимный векторный базис. Формулы их преобразования при переходе к другой системе координат.
5. Тензоры как объекты в евклидовом пространстве. Компоненты с разным строением индексов, их связь, формулы преобразования при переходе к другой системе координат. Физические компоненты.
6. Операции над тензорами. Обратный тензорный признак. Инварианты тензоров.
7. Тензорные поля. Ковариантное дифференцирование. Дивергенция и ротор вектора, градиент скалярной функции.
8. Тензоры второго ранга. Разложение на сумму симметричного и антисимметричного тензоров. Тензорная поверхность, главные оси, главные компоненты, инварианты симметричного тензора второго ранга. Шаровой тензор и девиатор.
9. Представление антисимметричного тензора второго ранга в трехмерном пространстве аксиальным вектором.
10. Тензоры конечных деформаций Грина и Альманси. Механический смысл компонент. Главные оси и главные компоненты тензоров деформации. Выражение для относительного изменения объема через инварианты тензоров деформации - при конечных и малых деформациях. Механический смысл первого инварианта тензора деформации в случае малых деформаций.
10. Выражение компонент тензоров деформаций через компоненты вектора перемещения. Линейные формулы в случае малых деформаций и малых относительных поворотов. Выражение для относительного изменения объема через вектор перемещения в случае малых деформаций и малых поворотов.
11. Уравнения совместности для компонент тензоров деформаций. Уравнения совместности Сен-Венана в случае малых деформаций.
12. Тензор скоростей деформаций. Определение. Выражение его компонент через компоненты скорости. Кинематический смысл компонент в декартовой системе координат. Механический смысл дивергенции вектора скорости. Условие несжимаемости среды.
13. Формула Коши - Гельмгольца для распределения скоростей в малой окрестности любой точки сплошной среды.
14. Вектор вихря. Определение. Кинематический смысл вектора вихря. Циркуляция скорости. Формула Стокса. Потенциал скорости. Эквивалентность потенциального и безвихревого движения.
15. Формула Гаусса - Остроградского. Кинематический смысл. Понятие потока вектора через поверхность.
16. Дифференцирование по времени интеграла по подвижному объему.
17. Формулировка закона сохранения массы для конечно индивидуального объема сплошной среды и для неподвижного, пространственного объема. Уравнение неразрывности при Эйлеровом и при Лагранжевом описании среды. Уравнение неразрывности для несжимаемой среды.
18. Силы, действующие на сплошную среду: массовые и поверхностные. Вектор напряжений.
19. Закон сохранения количества движения для конечно индивидуального объема сплошной среды.

20. Формула Коши, связывающая вектор напряжений на любой площадке с векторами напряжений на трех фиксированных взаимноперпендикулярных площадках. Тензор напряжений. Физический смысл компонент в декартовой системе координат.
21. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.
22. Формулировка закона сохранения момента количества движения для конечного индивидуального объема сплошной среды. Тензор моментных напряжений.
23. Дифференциальное уравнение момента количества движения. Условия, при которых симметрия тензора напряжений является следствием закона сохранения момента количества движения.
24. Жидкости и газы в механике сплошных сред. Тензор напряжений в покоящейся жидкости. Давление. Идеальная жидкость. Уравнения Эйлера.
25. Полные системы механических уравнений для несжимаемой идеальной жидкости и для баротропных движений сжимаемой идеальной жидкости. Условие непроницаемости на поверхности твердых тел.
27. Вязкая жидкость. Линейно-вязкая (ньютоновская) жидкость. Связь между компонентами тензоров вязких напряжений и скоростей деформаций в изотропной линейно-вязкой жидкости (закон Навье-Стокса). Первый и второй коэффициенты вязкости (коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости). Кинематический коэффициент вязкости.
28. Уравнения Навье-Стокса. Граничное условие прилипания на поверхности твердых тел. Полная система уравнений несжимаемой линейно-вязкой жидкости.
29. Упругая среда. Линейно-упругая среда. Закон Гука для изотропной линейно-упругой среды при изотермическом деформировании. Физический смысл коэффициентов, входящих в закон Гука.
30. Замкнутая система уравнений линейной теории упругости (для изотермических процессов). Типичные граничные условия.
31. Уравнения Навье-Ламе для линейно-упругих сред.
32. Теорема живых сил (теорема о кинетической энергии) для системы материальных точек и для сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Работа внутренних поверхностных сил в идеальной жидкости.
33. Закон сохранения энергии - Первый закон термодинамики. Формулировка закона сохранения энергии для конечного индивидуального объема сплошной среды. Работа внешних сил. Приток тепла. Теплопроводность. Вектор потока тепла.
34. Дифференциальное уравнение энергии. Уравнение притока тепла (уравнение внутренней энергии).
35. Выражение для притока тепла к малой частице за счет теплопроводности. Закон теплопроводности Фурье для изотропной и анизотропной сред.
36. Уравнение энергии в случае теплопроводности в покоящейся среде.
37. Совершенный газ. Уравнение притока тепла для идеального совершенного газа. Удельные теплоемкости в процессах с постоянным объемом и с постоянным давлением. Формула Майера. Связь между давлением и плотностью при адиабатическом движении идеального совершенного газа (адиабата Пуассона).
38. Второй закон термодинамики (формулировка, содержащая понятие энтропии). Обратимые и необратимые процессы. Приток энтропии извне и производство энтропии.
39. Формулировка второго закона термодинамики для конечного индивидуального объема сплошной среды. Дифференциальное уравнение энтропии.
40. Производство энтропии в процессе теплопроводности.
41. Формулировка второго закона термодинамики, содержащая понятие "некомпенсированное тепло".
46. Поверхности разрыва в сплошных средах. Поверхности сильного и слабого разрыва. Условия на поверхностях сильного разрыва, следующие из законов сохранения массы, количества движения, момента количества движения, энергии и закона возрастания энтропии. Ударные волны, тангенциальные разрывы, контактные разрывы.

(ниже векторы набраны **жирным шрифтом**; при письме для обозначения вектора надо ставить черту или стрелку над буквой)

1. Что такое  $\text{grad } \varphi$  ?
2. Что такое  $\text{div } \mathbf{v}$  ?
3. Что такое  $\nabla_i v^k$  в декартовой и в криволинейной системах координат ( $v^k$  - компоненты вектора)?
4. Что такое  $\frac{d\rho}{dt}, \frac{\partial \rho}{\partial t}$  при эйлеровом описании движения? Каков их физический смысл?
5. Что такое лагранжев подход к описанию движения среды?
6. Что такое эйлеров подход к описанию движения среды?
7. Написать в раскрытом виде выражение для компоненты ускорения  $a_y$  в декартовой системе координат при эйлеровом описании движения. Каково выражение для контравариантной компоненты ускорения  $a^2$  в криволинейной системе координат  $x^i$ ?
8. Каков механический смысл компонент тензоров деформаций в случае малых деформаций, если в начальном состоянии система координат декартова?
9. Что такое тензор скоростей деформаций? Написать формулы, выражающие его компоненты через производные компонент скорости.
10. Написать закон сохранения массы для конечного индивидуального объема сплошной среды.
11. Что такое уравнение неразрывности? Написать уравнение неразрывности в какой-нибудь форме.
12. Что такое вектор напряжений?
13. Написать закон сохранения количества движения для конечного индивидуального объема сплошной среды. Пояснить все члены, входящие в это соотношение.
14. Что такое тензор напряжений? Каков физический смысл его компонент в декартовой системе координат?
15. Написать дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Следствием какого закона они являются? Пояснить все члены, входящие в эти уравнения.
16. Что такое идеальные жидкости и газы? Какой вид имеет тензор напряжений в идеальной жидкости в декартовой системе координат?
17. Что такое уравнения Эйлера в механике жидкости?
18. Что такое вязкие жидкости и газы?
19. Написать соотношения, связывающие компоненты тензоров вязких напряжений и скоростей деформаций для изотропной линейно-вязкой жидкости (закон Навье-Стокса).
20. Что такое уравнения Навье-Стокса?
21. Что такое закон Гука?
22. Написать полную систему уравнений линейной теории упругости при изотермических процессах.
23. Написать закон сохранения энергии для конечного индивидуального объема сплошной среды. Пояснить все члены, входящие в это соотношение.
24. Что такое уравнение притока тепла?
25. Что такое второй закон термодинамики? Дать формулировку второго закона, содержащую понятие энтропии, с пояснением всех понятий, которые входят в эту формулировку