

MODERN DEVELOPMENTS IN
FLUID DYNAMICS

COMPOSED BY THE
FLUID MOTION PANEL OF THE
AERONAUTICAL RESEARCH COMMITTEE
AND OTHERS

and edited by
S. GOLDSTEIN

VOLUME II

1943

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ
ГИДРОАЭРОДИНАМИКИ
ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

ОБЗОР ТЕОРИЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РАБОТ ПО ВОПРОСАМ
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ, ТУРБУЛЕНТНОГО ДВИЖЕНИЯ
И ДВИЖЕНИЯ В СПУТНОЙ СТРУЕ

*Составлено секцией гидроаэродинамики
Британского комитета по изучению авиации
под редакцией С. ГОЛЬДШТЕЙНА*

ТОМ II

ПЕРЕВОД С АНГЛИЙСКОГО
С. А. КАМЕНЕЦКОГО
ПОД РЕДАКЦИЕЙ
ПРОФ. Н. Я. ФАБРИКАНТА

1948

*Государственное издательство
ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ*

Москва

ЗАМЕТКА ОБ УСЛОВИЯХ НА ПОВЕРХНОСТИ СОПРИКОСНОВЕНИЯ ЖИДКОСТИ С ТВЕРДЫМ ТЕЛОМ

Вопрос об условиях, которым удовлетворяет движущаяся жидкость, находящаяся в соприкосновении с твердым телом, долгое время представлял значительные трудности; важность этого вопроса оправдывает помещение здесь небольшой исторической заметки. В настоящее время этот вопрос, повидимому, определенно разрешен в том смысле, что для практических целей можно считать, что жидкость, непосредственно соприкасающаяся с твердым телом, не имеет скорости относительно него, по меньшей мере, почти для всех жидкостей; однако точные условия в молекулярных масштабах, все еще остаются сомнительными.

Уже Даниил Бернулли сознавал, что реальная жидкость не может свободно скользить по поверхности твердого тела; этому факту он приписывал определенные большие расхождения между результатами, вычисленными им для идеальной жидкости, и результатами, которые он получил при измерении в реальной жидкости: „Наблюдаются огромные различия, главным образом в части прилипания воды к стенкам трубы; это прилипание заведомо может в некоторых случаях вызывать невероятные эффекты“¹. Дюбуа² пришел к заключению, что в случае, когда средняя скорость волны, текущей в канале, достаточно мала, жидкость, прилегающая к поверхности, находится в покое. Кулон нашел, что сопротивление колеблющегося в воде металлического диска мало изменялось в случае, когда диск смазывался жиром и когда жир покрывался растертым в порошок песчаником; таким образом, характер поверхности практически не оказывал влияния на сопротивление³; он также предположил, что молекулы жидкости, находящейся в соприкосновении с колеблющимся цилиндром, имеют скорость, одинаковую с цилиндром, что молекулы, находящиеся на небольшом расстоянии от цилиндра, имеют меньшую скорость и что на расстоянии в 2 или 3 мм их скорость становится равной нулю (цит. соч., стр. 296).

В течение XIX столетия различными авторами в разное время были предложены три различных гипотезы. Согласно первой гипотезе, скорость

у твердой стенки такая же, как скорость самого твердого тела, и изменяется непрерывно в жидкости, которая имеет всюду одинаковые свойства. Таково, повидимому, было мнение Кулона. Вторая гипотеза была сформулирована весьма четко Жираром в дискуссии по поводу его экспериментов с течением жидкостей в трубах. Он предположил, что весьма тонкий слой жидкости остается целиком связанным со стенками. Тогда возникает вопрос об условиях на внешней поверхности этого слоя. Жирар допустил, что остальная жидкость скользит по этому слою. Он предположил также, что в случае, если стенки всюду состоят из одного и того же материала, слой имеет постоянную толщину, так что поверхность слоя представляет для течения те же самые неправильности, как и сами стенки. Далее, он предположил, что толщина этого слоя зависит от кривизны стенки и от температуры¹. Он принимал, что эта толщина различна для различных жидкостей или различного материала стенки и что она обращается в нуль в случае жидкостей, которые не смачивают стенки, как, например, для ртути в стеклянных трубках; в таких случаях он предполагал, что жидкость скользит по поверхности². Третья гипотеза была предложена Навье, который на основании тех же молекулярных гипотез, которые привели его к уравнениям движения вязкой жидкости, пришел к выводу, что на твердой границе имеет место скольжение и что это скольжение встречает сопротивление силы, пропорциональной относительной скорости. Так как касательные напряжения на твердой стенке в любой точке такие же, как напряжения в соседней внутренней точке жидкости, то это эквивалентно граничному условию $\beta u = \mu \frac{\partial u}{\partial n}$ для течения в одном направлении вдоль плоской стенки, где u — скорость, дифференцирование производится по внешней нормали, β — постоянная, так что μ/β есть некоторая длина. Эта длина равна нулю в случае, если нет скольжения. Пользуясь этой теорией³, Навье объяснил результаты Жирара.

В течение некоторого времени был разброд. Пуассон получил условия, по существу одинаковые с условиями Навье, но он предположил, что эти условия следует применять на внешней поверхности неподвижного или квази-твердого слоя, подобного слою Жирара⁴.

Стокс сначала склонялся в пользу первой гипотезы, но когда расчеты течения в трубах привели к результатам, расходящимся с экспериментами, ему известными (хотя они были бы в согласии с результатами Гагена или

¹ Girard, Mémoires de la Classe des Sciences Mathématiques et Physiques de l'Institut de France, 14 (1813, 1814, 1815), стр. 254, 324, 329. Подобные же идеи, только с допущением значительно более толстого неподвижного слоя, высказывались и ранее, в особенности Прони в его „Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes“ (Paris, 1804).

² Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France, 1 (1816), стр. 235, 247, 258.

³ Navier, Там же, 6 (1823), стр. 414—416, 432—436.

⁴ Poisson, Journal de l'École Polytechnique, 13 (1831), стр. 161—169; см. также Mémoires de l'Académie Royale, 11 (1832), стр. 539.

¹ Bernoulli D., Hydrodynamica (Argentorati, 1738), стр. 59.

² Du Buat, Principes d'Hydraulique, I (Paris, 1786), стр. 92, 93.

³ Coulomb, Mémoires de l'Institut National des Sciences et des Arts: Sciences Mathématiques et Physiques 3, prairial, an 9 (1800), стр. 286.

Пуазейля), он колебался между этой гипотезой и гипотезой Навье¹. В своем отчете Британской ассоциации в 1846 г. он упоминает о всех трех гипотезах, не высказываясь решительно в пользу какой-нибудь одной из них². В конце концов Стокс решает дело в пользу первой гипотезы на том основании, что наличие скольжения должно предполагать, что трение между твердым телом и жидкостью имеет иной характер и бесконечно меньше, чем трение между двумя слоями жидкости, а также и потому, что согласно с наблюдением результатов, получавшихся в предположении отсутствия скольжения, было в высшей степени удовлетворительным³. Пуазейль в своей работе о движении крови находит слой неподвижной крови у стенок сосуда, содержащего кровь. Это заставило его изучать течение в стеклянных трубках жидкостей, содержащих темные тела в суспензии; при этом он наблюдал у стенок неподвижные слои с гораздо меньшей толщиной, чем слои, полученные Жираром⁴. В своем мемуаре о течении жидкостей в капиллярных трубках он отмечает, что скорость не может быть однородной по всему сечению трубки, так как известно, что скорость крови в трубке падает от максимума на оси до малого значения вблизи стенок; однако он добавляет, что инженерам-гидравликам следовало бы изучить движение частиц в движущихся жидкостях при помощи микроскопа⁵. Гаген, получивший экспериментально законы течения в капиллярных трубках несколько ранее Пуазейля, утверждает в первой своей статье, что скорость возрастает везде с одинаковой быстротой, от нуля на стенках до максимума в середине; позже он принял предположение о неподвижном без скольжения слое близ стенок и нашел, что в его трубках этот слой должен был бы быть тоньше, чем самая тонкая писчая бумага⁶. Дарси в большой работе по вопросу о течении воды в трубах по существу соглашался с гипотезой Жирара⁷. Гельмгольц при обсуждении экспериментов Пиотровского с колеблющимися шарами, наполненными жидкостью, принимал гипотезу Навье и пришел к заключению, что хотя, быть может, скольжение и отсутствовало в случае соприкосновения воды со стеклом или в случае соприкосновения эфира или спирта со стеклом или с металлической поверхностью, однако, в случае соприкосновения воды с позолоченной поверхностью имело место значительное скольжение⁸.

¹ Stokes, Trans. Camb. Phil. Soc., 8 (1845), стр. 299, 300, Math. and Phys. Papers, 1, стр. 96—98.

² Papers, 1, стр. 185, 186.

³ Trans. Camb. Phil. Soc., 9 (1851), стр. 17, 18; Math. and Phys. Papers, 3, стр. 14, 15.

⁴ Poiseuille, Mémoires des Savants Étrangers, 7 (1841), стр. 150.

⁵ Там же, 9 (1846), 521. См. также ссылку на работы Фэджа и Тауненда на стр. 360.

⁶ Hagen, Poggendorff's Annalen der Physik u. Chemie, 46 (1839) стр. 433; Abhandlungen der Königlich Akademie der Wissenschaften zu Berlin (1854), mathematische Abhandlungen, стр. 57 и 62.

⁷ Darcy, Mémoires des Savants Étrangers, 16 (1858), стр. 347.

⁸ Helmholtz, Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der K. Akademie der Wissenschaften zu Wien, 40 (1860), стр. 607—638; Wissenschaftliche Abhandlungen, 1, стр. 196—222.

Постепенно, однако, гипотеза, окончательно принятая Стоксом, — что скольжения нет и что все части жидкости имеют одинаковые свойства — завоевала признание. Вычисления по этой гипотезе для случая течения в трубах, начатые Стоксом¹ и выполненные различными авторами², дали согласные результаты не только в случаях, когда они применялись к экспериментам Пуазейля над течением воды, но также — вопреки мнению большинства этих авторов и в противоположность экспериментам, выполненным самим Пуазейлем³, — и в случае течения ртути в стеклянных трубках (которые не смачиваются ртутью⁴). Кроме того, Уэтхем, производивший эксперименты над течением воды в посеребренных и медных трубках и повторивший некоторые из экспериментов Пиотровского, пришел к заключению, что нет никаких доказательств скольжения⁵; и Куэт⁶, после тщательного рассмотрения различных экспериментов по определению вязкости, включая и некоторые из его собственных, пришел к тому же самому заключению, к которому несколько ранее пришел и Максвелл в своих экспериментах над колебаниями стеклянных дисков в воздухе⁷. Все эти эксперименты, посвященные главным образом методам определения вязкости, почти целиком относятся к нетурбулентному течению; только Куэт специально рассматривал условия на границах турбулентного течения и пришел к заключению, что на самой границе относительная скорость действительно равна нулю, но что она очень быстро изменяется в ближайшей окрестности.

Сколько-нибудь подробное рассмотрение взглядов на молекулярные явления на поверхности соприкосновения твердого тела и жидкости завело бы нас слишком далеко в сторону, однако следует все же сказать несколько слов относительно результатов, полученных до сих пор для газов на основе кинетической теории. Максвелл, хотя и осторожный в высказываниях и попытках исследования (так как, по его словам, „всегда некоторый слой газа, ближайший к твердому телу, находится в совершенном состоянии, чем остальной газ“), все же произвел некоторые вычисления по требованию Комиссии королевского общества и пришел к

¹ Trans. Camb. Phil. Soc., 8 (1845), стр. 304, 305; Papers, 1, стр. 104, 105.

² Wiedemann, Poggendorff's Annalen der Physik u. Chemie, 99 (1856), стр. 217—221; Neumann [см. Jacobson, Archiv für Anatomie, Physiologie u. wissenschaftliche Medizin (1860), стр. 88—91]; Hagenbach, Poggendorff's Annalen, 109 (1860), стр. 335—426; Mathieu, Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, 57 (1863), стр. 320—324; Boussinesq, Comptes Rendus, 65 (1867), стр. 46—48.

³ См. стр. 1186 отчета о работе Пуазейля, составленного Араго, Бабине, Пиобером и Реньо, [Comptes Rendus, 15 (1842), стр. 1167—1186].

⁴ Warburg, Poggendorff's Annalen, 140 (1870), стр. 367—379; Villari, Mémoire della Accademia delle Scienze dell' Instituto di Bologna (3), 6 (1875), стр. 487—520; Koch, Wiedemann's Annalen der Physik u. Chemie, 14 (1881), стр. 1—12.

⁵ Whetham, Phil. Trans., A 131 (1890), стр. 559—582. Вэбур (цит. соч., стр. 370) нашел изменения в истечении воды из стеклянной трубки в случае, когда она была посеребрена.

⁶ Couette, Annales de Chimie et de Physique (6), 21 (1890), стр. 491, 508, 509.

⁷ Maxwell, Phil. Trans., A 156 (1866), стр. 255, 256; Scientific Papers, 2, стр. 9, 10.

заклучению, что если нет различия температур, то скольжение происходит в согласии с уравнением Навье и длина μ/β является небольшим кратным средней длины свободного пробега L молекулы газа, вероятно, около $2L$. Таким образом при атмосферном давлении скольжение было бы пренебрежимо малым; однако, для разреженных газов оно было бы значительным. Этот последний вывод находится в согласии с опытом¹. Этот вопрос позже исследовал Рокар², который пришел к заключению, что если совокупность молекул вблизи твердой стенки продолжает сохранять свойства газа, то не только относительная скорость, но и ее производная по нормали должны обращаться в нуль у стенки, так что скорость жидкости практически такая же, как и скорость стенки на некотором небольшом расстоянии; он решил, что слой, непосредственно близкий к стенке, действительно не обладает свойствами газа.

После этого краткого исторического и теоретического обзора остается обосновать допущение, — ныне общепринятое и проведенное по всей этой книге, — что скольжение, если оно и имеет место, очень мало, или что квази-твердый слой жидкости, если он и имеется, слишком тонок, чтобы его можно было наблюдать или чтобы он мог внести наблюдаемые различия в результаты теоретических выводов. Прежде всего мы имеем ценное доказательство прямого наблюдения, хотя его едва ли можно считать самим по себе решающим. Так, при изучении при помощи ультрамикроскопа турбулентного течения воды в трубе квадратного сечения Фэдж и Тауненд наблюдали, что самые медленные частицы имеют среднюю скорость в $0,0018$ м/сек, в то время как средняя скорость по сечению трубы составляла $0,253$ м/сек; принимая предположение об отсутствии скольжения, вычислили, что эти частицы должны находиться на расстоянии около $6,3 \cdot 10^{-4}$ мм от поверхности — расстояние слишком малое, чтобы его можно было измерить³. Затем мы имеем согласие с наблюдениями вычислений, относящихся к определению вязкости и к теориям Стокса и Озина относительно движения при малых числах Рейнольдса⁴. Более важное значение имеет согласие между вычислениями Тэйлора и наблюдениями над устойчивостью течения между вращающимися цилиндрами⁵, согласие между экспериментальными данными и результатами ряда вычислений, упомянутых в настоящей книге. Однако эти вычисления по большей части относятся только к нетурбулентному течению; вероятно, наиболее удовлетворительным доказательством, охва-

тывающим как турбулентное, так и нетурбулентное течения, служат многочисленные эксперименты, подтвердившие для геометрически подобных систем зависимость безразмерных величин, как, например, коэффициентов силы, только от числа Рейнольдса. В самом деле, если бы существовал квази-твердый слой у стенки или если бы скольжение происходило в соответствии с уравнением Навье, то должна была бы войти, кроме длины d , характеризующей размеры системы, еще и другая длина l , а именно, толщина слоя, или μ/β , и в случае изменения размера системы коэффициенты силы и другие безразмерные величины должны были бы зависеть не только от числа Рейнольдса, но и от отношения l/d . Следовательно, если только случайно l не изменяется пропорционально d , упомянутые выше эксперименты доказывают, что l равно нулю (или так мало, что влиянием его можно пренебречь).

¹ Maxwell, Phil. Trans., **170** (1879), стр. 249—256; Scientific Papers, 2, стр. 703—709.

² Roard, L'Hydrodynamique et la Théorie Cinétique des Gaz (Paris, 1932), гл. IX и X.

³ Proc. Roy. Soc., A **135** (1932), стр. 668, 669.

⁴ Ламб, „Гидродинамика“, § 338—343, Гостехиздат, 1947.

⁵ Taylor, Phil. Trans., A **223** (1922), стр. 289—343. См. также Lewis, Proc. Roy. Soc., A **117** (1928), стр. 388—407. Тэйлор производил эксперименты с водой и стеклом; Льюис применял ксилен, нитробензол, а также смесь обеих этих жидкостей со значениями ν от 0,008 до 0,018 единиц CGS и одну серебряную и одну свинцовую поверхности.