

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «ГИДРОДИНАМИКА»

ОБЪЕМ КУРСА

Полугодовой обязательный курс (3 курс, 5 семестр; лекции 36 часов, семинары 36 часов)

ЦЕЛИ КУРСА

Формирование у обучающихся профессиональных качеств по избранному направлению подготовки (специальности), гражданской позиции, способности к труду.

ЗАДАЧИ КУРСА

Ознакомление учащихся с методами механики сплошных сред.

Обучение учащихся умению:

- формулировать математические модели природных процессов;
- делать качественные и количественные оценки характеристик изучаемых явлений;
- ориентироваться в литературе, затрагивающей гидродинамические вопросы.

ПРОГРАММА КУРСА

Ряд вопросов (набранных в программе *курсивом*) носит факультативный характер и может быть опущен при недостатке времени.

Введение

Предмет гидродинамики. Система отсчета, абсолютное время. Модель сплошной средой (континуума).

Применимость моделей механики сплошных сред к реальным процессам. Характерный масштаб явления. Физически малый элемент сплошной среды. Проверка адекватности модели сравнением с практикой.

Лагранжево и эйлерово описание движения сплошной среды

Описание движения материальной частицы среды. Координаты Лагранжа, закон движения сплошной среды. Метод Эйлера и метод Лагранжа. Скорость частицы среды, ускорение частицы среды. Линии тока. Траектория частицы. Полная производная, локальная производная, конвективная производная, их физический смысл.

Кинематика сплошной среды в окрестности точки

Формула Коши — Гельмгольца. Сравнение с формулой Эйлера. Вектор вихря. Компоненты тензора скоростей деформации, их физический смысл.

Законы сохранения массы, импульса и момента импульса

Закон сохранения массы. Вывод уравнения неразрывности из баланса массы для неподвижного объема.

Массовые (объемные) силы и поверхностные силы. Метод сечений. Вектор напряжения. Формула Коши. Компоненты тензора напряжений, их физический смысл.

Вывод уравнения движения из баланса импульса для неподвижного объема.

Уравнение моментов импульса. Симметрия тензора напряжений в классическом случае.

Идеальная несжимаемая жидкость

Модель идеальной жидкости. Уравнения Эйлера. Полная система уравнений. Типичные граничные условия. Условие непротекания. Условия на границе жидкости и газа. Коэффициент поверхностного натяжения. Формула Лапласа.

Равновесие покоящейся жидкости. Закон Паскаля. Понятие об устойчивости равновесия. Гидростатический закон. Сила Архимеда. *Задача о форме свободной поверхности жидкости у стенки при учете поверхностного натяжения. Равновесие в неинерциальных системах отсчета. Равновесие вращающейся массы жидкости. Работа сепаратора.*

Уравнения Эйлера в форме Громеки — Лэмба. Интеграл Бернулли. Пример: истечение жидкости из сосуда, формула Торричелли.

Теоремы Томсона (Кельвина) и Лагранжа. Потенциальные течения. Уравнение Лапласа для потенциала. Интеграл Коши — Лагранжа. Типичные постановки краевых задач. *Пример: колебания газового пузыря в жидкости.*

Движение сферы в идеальной жидкости. Присоединенная масса. Парадокс Даламбера — Эйлера.

Использование интегральных соотношений, следующих из законов сохранения. *Примеры: задача об ударе струи о препятствие; гидравлическое описание движения жидкости в канале переменного поперечного сечения.*

Вязкая несжимаемая жидкость

Модель линейно-вязкой несжимаемой жидкости. Уравнения Навье — Стокса. Полная система уравнений. Условие прилипания на границе с твердым телом.

Теорема об изменении кинетической энергии (теорема живых сил). Задача о движении вязкой жидкости в замкнутом объеме. Диссипация механической энергии.

Течение между двумя параллельными пластинами (плоское течение Куэтта). Течение Пуазейля в цилиндрической трубе. Работа капиллярного вискозиметра. Число Рейнольдса. Понятие о ламинарном и турбулентном режимах течения. *Постановка задачи о течении жидкости между вращающимися коаксиальными цилиндрами (цилиндрическое течение Куэтта). Работа ротационного вискозиметра.*

Приближение Стокса для медленных движений вязкой жидкости. Постановка задачи об обтекании сферы вязкой жидкостью в приближении Стокса. Формула Стокса для силы, действующей на сферу. Осаждение частиц в жидкости. Экспериментальная зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса, качественная картина обтекания.

Течение вязкой жидкости в тонкой щели между двумя пластинками (теория смазки).

Медленное движение вязкой жидкости в пористой среде. Пористость. Скорость фильтрации. Уравнение неразрывности. Закон Дарси. Типичные граничные условия.

Вязкая теплопроводная жидкость

Закон сохранения энергии. Уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Полная система уравнений для вязкой теплопроводной несжимаемой жидкости. Уравнение теплопроводности. *Течение Пуазейля в цилиндрической трубе с учетом тепловых эффектов.*

Моделирование и теория подобия

Определяющие параметры явления. Класс систем единиц. Размерность физической величины. Пи-теорема. Моделирование физических процессов. Критерии подобия. *Примеры применения пи-теоремы: время истечения вязкой жидкости из сосуда; сила, действующая на тело в потоке жидкости.*

Некоторые сведения из векторного анализа в криволинейных системах координат

Криволинейная система координат. Сопутствующий базис. Понятие тензора. Примеры. Основные тензорные операции. Метрический тензор. Ковариантное дифференцирование. Физические компоненты тензора.

Вид операторов градиента, дивергенции, оператора Лапласа в цилиндрической и сферической системах координат.

ЗАДАЧИ ДЛЯ СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ

Ниже приводятся некоторые типичные задачи, подробно разбираемые на семинарах. В скобках указываются номера соответствующих параграфов в двухтомном задачнике [2].

Кинематика сплошной среды (§ 1, 4)

1. Задан закон движения сплошной среды (простейшие примеры: простой сдвиг; одноосное растяжение; движение с линейной зависимостью эйлеровых координат от лагранжевых в каждый момент времени). Найти поле скорости и ускорения в лагранжевом и эйлеровом описании. Вычислить дивергенцию и ротор поля скорости.
2. Задано поле скоростей в эйлеровом представлении (примеры: поступательное движение; движение с линейным распределением скорости от пространственных координат). Найти закон движения. Определить, куда переместится известная материальная частица через некоторый промежуток времени.
3. Заданы поле физической величины и скорость движения сплошной среды в эйлеровом представлении. Найти полную производную этой физической величины.
4. Задано поле скорости. Найти поле ускорения.
5. Проверить, что для полной производной справедливо правило Лейбница дифференцирования произведения.
6. Задано поле скорости (примеры: твердотельное вращение; простой сдвиг). Найти траектории материальных частиц и линии тока в некоторый момент времени.
7. Задан потенциал скорости стационарного движения сплошной среды (примеры: источник (сток) на плоскости и в пространстве; вихревая линия). Найти поле скорости, линии тока.
8. Задано поле скорости в эйлеровом представлении (примеры: твердотельное движение; простой сдвиг; одноосное растяжение; движение с линейным распределением скорости в зависимости от координаты). Найти компоненты тензора скоростей деформации.

Элементарные сведения из векторного и тензорного анализа (§ 2)

1. Проверить, что ротор скорости для твердотельного движения сплошной среды равен удвоенной угловой скорости.
2. Доказать, что ротор градиента и дивергенция ротора равны нулю.
3. Проверить, что тензор второго ранга однозначно представим в виде суммы симметрического и антисимметрического тензоров.
4. Доказать, что свертка по двум индексам симметричного и антисимметричного тензоров равна нулю.
5. Доказать, что интеграл от вектора единичной нормали к замкнутой поверхности, вычисленный по этой поверхности, равен нулю.

Анализ напряженного состояния сплошной среды (§ 9)

1. Задана зависимость компонент тензора напряжений от пространственных координат. Найти вектор напряжения на заданной площадке в заданной точке. Найти силу, действующую на заданную поверхность со стороны вещества, находящегося по одну сторону поверхности.
2. Задано распределение давления в покоящейся жидкости. Найти силу, действующую со стороны жидкости на ограничивающую ее твердую стенку.
3. Для плоского напряженного состояния найти площадку, на которой касательное напряжение максимально.

Законы сохранения (§ 7–12, 18)

1. Для покоящейся сплошной среды известны компоненты тензора напряжений и плотность. Найти действующие на среду массовые силы.
2. В покоящейся невесомой среде известны некоторые компоненты тензора напряжений. Найти неизвестные компоненты.
3. Для одномерного движения сплошной среды вывести соотношения на поверхности разрыва, следующие из интегральных законов сохранения.

Идеальная жидкость (§ 20–22, 24, 25)

1. Вывести барометрическую формулу для изотермической атмосферы.
2. Найти высоту поднятия жидкости в капилляре, считая поверхность мениска сферической.
3. Найти момент сил давления, действующих на плавающий на поверхности жидкости брус прямоугольного поперечного сечения. Найти условия устойчивости равновесия.
4. Найти уравнения распространения малых возмущений в сжимаемой идеальной жидкости (газе) с заданной зависимостью давления от плотности. Найти скорость звука.
5. Найти время истечения тяжелой идеальной жидкости из сосуда с малыми (по сравнению с размерами сосуда) отверстием.
6. Тяжелая идеальная жидкость вращается в вертикальном цилиндрическом сосуде так, что скорость каждой материальной частицы зависит известным образом только от расстояния до оси сосуда. Найти форму свободной поверхности. При какой зависимости скорости от расстояния до оси вращения течение будет потенциальным?
7. Задан потенциал плоскопараллельного течения идеальной невесомой жидкости (примеры: течение внутри прямого угла; обтекание цилиндра (бесциркуляционное и циркуляционное)). Найти распределение давления. Проверить выполнение граничных условий на границе жидкости. Вычислить силу, действующую со стороны жидкости на часть границы.
8. Найти частоту малых колебаний тяжелой идеальной жидкости в прямоугольном бассейне.
9. Струя жидкости вытекает из водопроводного крана, попадает на подставленную под нее ложку и растекается в стороны тонкой пленкой. Известна скорость жидкости в струе и угол, который составляет с осью струи скорость жидкости, отрывающейся от ложки. Пренебрегая действием вязкости и тяжести, найти силу, действующую на ложку со стороны струи.

Вязкая жидкость (§ 23)

1. Найти распределение скорости при течении вязкой жидкости между двумя параллельными пластинами под действием постоянного градиента давления. Найти силы, действующие на пластины со стороны жидкости (плоская задача Пуазейля).
2. Найти распределение скоростей в слое вязкой жидкости, текущей по наклонной плоскости в поле силы тяжести (задача о течении пленки).
3. Полубесконечный слой вязкой жидкости граничит с пластиной, которая движется в своей плоскости по известному закону (примеры: пластина начинает движение из состояния покоя; пластина колеблется по гармоническому закону). Найти движение жидкости.

4. Вязкая теплопроводная жидкость течет между параллельными пластинами, поддерживаемыми при разных температурах. Найти распределение температуры в жидкости и потоки тепла через пластины (плоская задача Куэтта).
5. В вертикальный цилиндрический канал, в котором находится слой пористого вещества, сверху наливают порцию жидкости, которая постепенно просачивается через пористый материал под действием силы тяжести. Найти закон, по которому меняется высота столба жидкости над пористым слоем (задача о работе фильтра для воды).

Моделирование и теория подобия (§ 38, 39)

1. С помощью пи-теоремы найти зависимость периода малых колебаний воды в стакане от определяющих параметров явления.
2. Налитая в стакан горячая вода остывает за 10 минут. Через какое время охладится до той же температуры горячая вода, налитая во вдвое больший стакан?
3. С помощью пи-теоремы найти силу, которая действует со стороны жидкости на частицу, движущуюся с известной постоянной скоростью в вязкой жидкости, в зависимости от определяющих параметров.

ВОПРОСЫ К РЕЙТИНГОВЫМ КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ И ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОМУ ЗАЧЕТУ

Первая контрольная работа

1. Лагранжево и эйлерово описание движения сплошной среды.
2. Полная производная, ее физический смысл и вычисление при лагранжевом и эйлеровом описании движения.
3. Траектории материальных частиц. Линии тока в заданный момент времени. Их нахождение по заданному полю скорости.
4. Тензор скоростей деформаций. Физический смысл его диагональных и внедиагональных компонент в декартовой системе координат.
5. Дивергенция скорости, ее физический смысл.
6. Закон сохранения массы в дифференциальной форме — уравнение неразрывности (две формы записи).
7. Введение вектора напряжения на мысленном разрезе сплошной среды. Тензор напряжений, физический смысл его компонент в декартовой системе координат. Выражение вектора напряжений через тензор напряжений и нормаль к площадке (формула Коши).
8. Уравнения баланса импульса в дифференциальной форме (уравнения движения сплошной среды).

Вторая контрольная работа

1. Модель идеальной (невязкой) жидкости. Вид вектора напряжения на площадке с заданной нормалью. Вычисление силы, действующей на тело в потоке идеальной жидкости.
2. Уравнение движения идеальной жидкости — уравнение Эйлера. Замкнутая система уравнений в случае течений однородной несжимаемой идеальной жидкости.
3. Типичные граничные условия. Условие непротекания на границе идеальной жидкости с твердым телом.
4. Интеграл Бернулли для установившихся течений идеальной несжимаемой жидкости в потенциальном поле массовых сил.
5. Потенциальные течения. Уравнение Лапласа для потенциала скорости для течения несжимаемой жидкости. Интеграл Коши — Лагранжа для течений идеальной несжимаемой жидкости в потенциальном поле массовых сил.
6. Использование интегральных соотношений, следующих из законов сохранения массы и импульса.

Третья контрольная работа

1. Модель несжимаемой вязкой жидкости. Вид зависимости тензора напряжений от давления и тензора скоростей деформаций (закон Навье — Стокса). Коэффициент динамической вязкости. Коэффициент кинематической вязкости.
2. Уравнение движения для несжимаемой вязкой жидкости (уравнение Навье — Стокса). Замкнутая система уравнений для несжимаемой вязкой жидкости. Типичные граничные условия. Условие прилипания на границе с твердым телом.
3. Число Рейнольдса как отношение инерционных и вязких сил при стационарных течениях. Упрощение уравнения Навье — Стокса при малых числах Рейнольдса (уравнение Навье — Стокса в приближении Стокса).
4. Закон теплопроводности Фурье. Уравнение баланса энергии. Уравнение притока тепла. Уравнение теплопроводности как частный случай уравнения притока тепла для покоящейся жидкости.

5. Размерность физической величины. Формулировка пи-теоремы теории размерностей. Использование пи-теоремы для моделирования физических явлений. Критерии подобия.
6. Оценка порядков слагаемых в уравнениях механики сплошных сред.

ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ КУРСА

Владение основными понятиями механики сплошных сред и гидродинамики.
Умение применять полученные знания при рассмотрении природных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2 (любое издание).
2. Галин Г. Я., Голубятников А. Н. и др. Механика сплошных сред в задачах / Под ред. М. Э. Эглит. М.: Московский лицей, 1996. Т. 1, 2.
3. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Т. 1, 2 (любое издание).
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа (любое издание).
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
6. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Ижевск: НИЦ «РХД», 2000.

Разработчик рабочей программы Н.Е.Леонтьев