

ФИЗИКА

ПОДПИСНАЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ СЕРИЯ



1983/10

Л.И.Седов

ОЧЕРКИ, СВЯЗАННЫЕ С ОСНОВАМИ МЕХАНИКИ И ФИЗИКИ



ЗНАНИЕ

НОВОЕ В ЖИЗНИ, НАУКЕ, ТЕХНИКЕ

НОВОЕ В ЖИЗНИ, НАУКЕ, ТЕХНИКЕ

ПОДПИСНАЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ СЕРИЯ

ФИЗИКА

10/1983

Издается ежемесячно с 1967 г.

Л. И. Седов

**ОЧЕРКИ, СВЯЗАННЫЕ
С ОСНОВАМИ
МЕХАНИКИ
И ФИЗИКИ**

Издательство «Знание» Москва 1983

Леонид Иванович СЕДОВ — академик АН СССР, Герой Социалистического Труда, лауреат Государственной премии, премий имени С. А. Чаплыгина, М. В. Ломоносова, А. М. Ляпунова и ряда международных премий. Специалист в области гидродинамики, аэродинамики и газовой динамики, по проблемам морской и авиационной техники. Автор многих оригинальных работ, книг и брошюр, в том числе и научно-популярных.

Седов Л. И.

С 28 Очерки, связанные с основами механики и физики. — М.: Знание, 1983. — 64 с. — (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Физика»; № 10).
11 к.

На отдельных важных примерах разъясняются некоторые основные понятия ньютоновской механики и анализируется смысл введения в научные исследования модельных объектов, процессов и математических методов постановок задач. Кратко описаны разработанные вариационные методы построения моделей материальных сред в полях с использованием первого и второго законов термодинамики при минимальном числе стандартизованных типов исходных допущений.

Рассчитано на читателей, интересующихся современной физикой, студентов, преподавателей, научных работников, лекторов и слушателей народных университетов.

1704010000

ББК 22.3
53

ПРЕДИСЛОВИЕ

В предлагаемых очерках о некоторых основных понятиях и модельных представлениях в механике, физике и естествознании вообще затрагиваются отдельные важные вопросы, на которые следует обратить особое внимание.

С другой стороны, правильная трактовка обсуждаемых вопросов тесно связана с глубоким современным пониманием исходных фундаментальных научных обоснований, что всегда требуется в творческих поисках и в разработках новых оригинальных теорий.

В предлагаемой брошюре нет развития каких-либо систематических теорий или подробных анализов употребляемых и упоминаемых понятий. Предполагается, что читатели начерно уже знакомы с соответствующими разделами научных теорий. С подробным изложением сути дела в деталях можно ознакомиться в литературе, список которой приведен в конце брошюры.

Здесь же высказываются некоторые сравнительно простые соображения, которые в связи с бытующими обычаями на практике можно рассматривать как предостережение от неправильных представлений и как помощь в разъяснении фундаментальных основ и сущности научных методов вообще.

Предлагаемая брошюра, по существу, представляет собой сборник отдельно составленных статей, каждую из которых можно читать независимо. Этим объясняется, что в разных очерках можно встретиться по ходу их содержания с одинаковыми или очень близкими мыслями, что может расцениваться как повторения.

В некоторых из предлагаемых очерков обращено особое внимание на сущность основ научных исследований, связанных с введением модельных понятий и последующим усложнением и совершенствованием соответствующих моделей. Речь будет идти не только о моделях вещества с различными свойствами и различных полей как объектов, но и о моделировании взаимодействий в

процессах, о постановках конкретных опытов и о схематизированных математических задачах.

В числе исходных основ подчеркивается роль понятия об энергии, базирующегося на современных научных представлениях о законе сохранения энергии, иначе о первом законе термодинамики, применяемом для разного рода взаимодействий, сопровождающихся энергетическими трансформациями.

Излагаемые идеи позволяют понять, как с помощью вариационных методов, обобщающих принцип виртуальных перемещений в аналитической механике, физике, химии и вообще (или то же самое на основании уравнения энергии в вариациях), можно строить модели сплошных сред. В частности, таким путем на основании весьма естественных положений из первого и второго законов термодинамики в механике и физике можно получить все универсальные законы сохранения, а в отдельных конкретных примерах после задания постулатами некоторых характерных термодинамических функций — и замкнутые системы уравнений. Различного рода гипотезы-постулаты с последующей апробацией в опытах всегда нужны и неизбежны. В любых теориях соответствующие допущения явно или, к сожалению, что совсем нередко, не явно присутствуют.

Автор надеется, что предлагаемые очерки, касающиеся самых первоначальных и главных положений науки, могут послужить углубленному рациональному пониманию содержания и смысла того, что уже достигнуто, и того, как, собственно говоря, следует смотреть на подходы и действия в предстоящих видоизменениях научных оснований, заключенных в различных теориях.

В повседневной практике иногда широко рекламируются различные научные результаты и достижения, однако следует отметить, что процесс внедрения положительных результатов не всегда происходит автоматически. Сравнительно редко обсуждаются поучительные переживания и происходящая борьба с предрассудками, которая сопровождает всякий творческий прогресс с революционно новыми идеями и которая также может быть связана с пробелами или недостатками в образовании, с установившимися порочными традициями, обусловленными различного рода бытующими нелепыми утверждениями, а нередко и просто с интересами ненаучного свойства.

В качестве примеров можно обратить внимание на время от времени возникающие спорадические дискуссии о реальности или фиктивности сил инерции. Этот вопрос анализируется в предлагаемых очерках. Другим примером может служить проблема трактовки понятия о тензоре энергии импульса электромагнитного поля, которой посвящены обширные дискуссионные статьи, опубликованные совсем недавно в Москве*. Знаменательна дискуссия о физической природе понятия об электромагнитном поле, происходившая в Ленинграде в 1929—1930 годах. Различные выступления на этой дискуссии знаменитых, весьма авторитетных физиков опубликованы в специальной брошюре, относящейся к 1930 году и процитированной в списке литературы. Эти выступления интересны не только по существу, но и с точки зрения того, что они могут помочь разобраться в аналогичных дискуссиях нашего времени. Можно привести еще великое множество других подобного рода примеров. Нельзя руководствоваться представлениями о том, что всякая критика и дискуссия в науке связаны с личными мотивами и что невозможно установить, кто прав. В действительности история или просто существо дела позволяют установить правых, однако ясное решение таких вопросов требует в сложных случаях соответствующей высокой квалификации.

Через некоторое время после дискуссий становятся особенно ясны большая польза и большое значение критики и самокритики в научном прогрессе.

О СИЛАХ ИНЕРЦИИ

Уравнение движения материальной точки в ньютоновской механике имеет вид:

$$m\bar{a} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n \quad (1)$$

или

$$0 = -m\bar{a} + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n, \quad (2)$$

где m — масса; $\bar{F}_i$ — известные или частично известные силы, а неизвестные силы $\bar{F}_k$ или ускорение $\bar{a}$ определяются с помощью уравнения (2). В частности, вектор $\bar{a}$ ускорения может вычисляться во всех положениях

* См.: Успехи физ. наук, 1973, т. 110, вып. 2.

подвижной точки относительно одной и той же инерциальной системы координат. В уравнении (2) член

$$-m\bar{a} = -m\bar{a}_{\text{пер}} - m\bar{a}_{\text{от}} - m\bar{a}_{\text{доб}} \quad (3)$$

называется силой инерции, причем $\bar{a}_{\text{пер}}$ — переносное ускорение; $\bar{a}_{\text{от}}$ — относительное ускорение; $\bar{a}_{\text{доб}}$ — обобщенное кориолисово ускорение, которое возникает, когда переносная система отсчета вращается (или вообще вращается и деформируется).

Ускорения $\bar{a}_{\text{пер}}$, $\bar{a}_{\text{от}}$, $\bar{a}_{\text{доб}}$ зависят от выбора переносного движения. Можно говорить соответственно о переносной относительной и добавочной силах инерции, зависящих от выбора переносной системы отсчета, однако согласно (2) и (3) важна только их сумма, определенная однозначно.

Согласно основному уравнению (2) общую силу инерции $-m\bar{a}$ можно рассматривать как сумму указанных выше составляющих сил инерции, так же как общую силу $\bar{F} = \sum_i \bar{F}_i$, которая может содержать силы разной природы и, в частности, силы реакции, обусловленные наличием связей. Силу $\bar{F}$ можно рассматривать как сумму составляющих сил, которые могут различаться или по своей природе, или когда общая сила $\bar{F}$ и каждая из слагаемых сил $\bar{F}_i$ представляются составляющими сил, имеющих известные направления, например, параллельные осям координат. Здесь в принципе имеется полная аналогия с определением векторов $\bar{a}$, $\bar{a}_{\text{пер}}$, $\bar{a}_{\text{от}}$, $\bar{a}_{\text{доб}}$.

При определении составляющих сил $\bar{F}_i$ нужно пользоваться различного рода физическими законами, которые предварительно устанавливаются и проверяются на опыте всегда в той или иной форме с помощью уравнения (2) с входящими в него суммами всех векторов, которые можно вводить при использовании разных систем координат, в том числе и для переносного движения.

Очевидно, что соответствующее толкование слагаемых членов и скалярных уравнений, равносильных векторному уравнению (2), а также результирующие уравнения могут существенным образом зависеть от выбора систем координат, переносной системы отсчета и даже формы записи уравнений.

Для тел конечных размеров, которые моделируются материальной точкой, действующие силы в сумме $\sum_s \bar{F}_s$ определяются не только через движение центра тяжести тела (материальной точки), но и через физические состояния конечного тела в целом. Эти действия сил будут проявляться различным образом, в зависимости от природы слагаемых сил. В локальных эффектах проявление действия распределенных по объему тела внешних сил инерции согласно законам физики аналогично действию также распределенных по объему внешних сил тяжести.

Что касается суммарной силы инерции $-\overline{m\bar{a}}$, то ее можно устанавливать в опытах согласно наблюдениям движения материальной точки с последующим вычислением ускорения.

Для расчета движения необходимо исходить из уравнения (2), если $\sum_s \bar{F}_s$ «известна» в нужном математическом смысле на основании уже проведенных раньше исследований.

В результате соотношение (2) можно рассматривать как дифференциальное уравнение, позволяющее находить закон движения и, в частности, силу инерции $-\overline{m\bar{a}}$.

С точки зрения математических или механических и физических проблем, разрешаемых с помощью уравнения (2), не возникает никаких вопросов о реальности или фиктивности каких-либо векторных членов в (2) и, в частности, конечно, о реальности члена $-\overline{m\bar{a}}$, присутствующего на равных началах с другими членами вида $\bar{F}_s$ в уравнении (2).

Поскольку все сказанное выше отвечает применяемому на практике и в теории алгоритмам решаемых механических задач, то независимо от произносимых слов о фиктивности сил инерции результат получается верным. Но все же такие слова вносят сумбур в понимание механики и находятся в противоречии с физическими микроскопическими и макроскопическими представлениями о силах инерции как о силах той же природы, что и силы тяжести, вызывающих точно такие же физические ощущения, эффекты и результаты измерений.

Несмотря на элементарность сказанного выше, в трактовке сил инерции даже у очень солидных ученых

до сих пор (но в последнее время в уже гораздо меньшей степени) можно встретить какие-то противоречивые утверждения о фиктивности сил инерции, которые, однако, балансируются с другими силами, реальность которых невозможно подвергать сомнению.

Во всех конкретных примерах на основании уравнений типа (2) исследуемые силы и внутренние напряжения балансируются с силами инерции, которые определяются по известным законам движения, найденным из наблюдений и прилагаемым успешно к другим движениям независимо от вида этих движений.

Например, как известно из истории механики, закон Ньютона о взаимном притяжении тел, обладающих массой, был установлен на основании данных о падении тел, законов Кеплера для движения планет вокруг Солнца, наблюдений движения спутников Юпитера и законов вращения Луны вокруг Земли; закон Гука о зависимости внутренних напряжений от тензора деформаций был установлен как в статике, когда нагрузки задавались, так и в динамике, когда среди внешних нагрузок фигурировали и силы инерции, зависящие от распределения масс и абсолютных ускорений.

Во многих случаях законы типа уравнений состояния, подобные законам Гука и представляющие собой существенную часть определения моделей, на практике устанавливаются экспериментально в опытах с заданными нагрузками для покоящихся сред относительно некоторых инерциальных систем отсчета. Распространение справедливости таким образом найденных законов на случаи неинерциально движущихся сред можно проверить в опытах, в которых исследование производится в средах, покоящихся относительно неинерциально движущейся переносной системы координат, иначе говоря, в системе отсчета, сопутствующей данной среде. В этой системе отсчета из формулы (3) следует, что

$$-m\bar{a} = -m_{\text{пер}} \quad (4)$$

и поэтому в неинерциальной сопутствующей системе в уравнении (2) (в отличие от случая покоя в инерциальной системе) добавляются только внешние распределенные нагрузки в виде массовых сил инерции.

Опыты показывают, что закон Гука для внутренних напряжений остается верным и для неинерциальных систем отсчета, в которых тензор деформации рассчитыва-

ется по характеристикам в переносной, сопутствующей, системе отсчета. Полезно явно и определенно отметить, что в ньютоновской механике реальные действующие гравитационные силы притяжения зависят только от масс и взаимного расположения взаимодействующих материальных тел и совсем не зависят от характеристик движения.

Аналогично для многих моделей упругие напряжения в телах зависят только от внешних нагрузок и температуры и не зависят от распределения скоростей.

Существуют высказывания следующего типа:

«В уравнении (2) силы инерции балансируются с другими силами так, что с силами инерции можно действовать, считая их как бы настоящими, т. е. оперировать с ними как с реальными силами». То, что такой прием всегда применим, составляет содержание всем известного принципа Даламбера. Главное, что это «как бы» хорошо согласуется с физическими состояниями тел в неинерциальных системах и согласуется с действием сил на покоящиеся тела в инерциальных системах под влиянием безусловно реальных сил после замены сил инерции силами, признанными реальными, которые имитируют силы инерции.

Но что значит «как бы» реальные? Если такое рассмотрение и применение всегда возможно, это «как бы» теряет свой смысл и его можно отбросить и забыть. Для знакомых с общей теорией относительности такое отбрасывание можно обосновать еще и следующими соображениями.

В ньютоновской механике физическое пространство евклидово и время абсолютно. Это постулат типа наложенной связи. В этом случае в ньютоновской механике при отсутствии других внутренних и внешних сил, кроме сил тяжести, в системе движущегося облака пыли без столкновений все малые индивидуальные частицы, не чувствующие в своем объеме градиентов ускорения силы тяжести, будут двигаться в состоянии невесомости, несмотря на их взаимное гравитационное притяжение и притяжение других небесных тел, двигающихся свободно или принудительно по своим законам. Гравитационные силы и соответствующие силы инерции для каждой частицы будут уравновешены.

В общей теории относительности (ОТО) пространство и время образуют четырехмерное определяемое в

процессе решения задачи искривленное риманово пространство. Это предположение расширяет геометрическую свободу и снимает некоторые связи, привносимые предположением о евклидовости пространства и универсальности времени в ньютоновской механике.

При свободном движении малых пробных частиц в ОТО исключаются и силы инерции, и силы тяжести. Пробные частицы в ОТО совершают инерциальное движение с четырехмерными ускорениями, равными нулю по геодезическим мировым линиям (прямые в искривленном пространстве) в соответствии с принципом эквивалентности, согласно которому силы тяжести и силы инерции имеют одну и ту же природу. Однако с точки зрения ньютоновской механики, движение невесомых пылинок или армады космических кораблей происходит по кривым орбитам в плоском евклидовом пространстве с ускорением и поэтому неинерциально. Связанные с этими движениями представления в ОТО естественны и составляют ее фундамент. Так как физическая природа сил инерции и сил тяжести точно одинакова * (это теперь очевидное общее мнение всех физиков) и так как гравитационные силы вполне реальны (в чем нет сомневающихся!), то и силы инерции тоже реальны!

В ньютоновской механике силы инерции всегда сугубо внешние силы, их элементарная работа для материальной точки равна изменению кинетической энергии со знаком минус

$$-m\vec{a} \cdot d\vec{r} = -d \frac{mv^2}{2} \quad (5)$$

(здесь $\vec{v}$ — вектор скорости относительно инерциальной системы отсчета). Величина кинетической энергии $\frac{mv^2}{2}$

весьма реальна и в термодинамике и в механике. Могут ли фиктивные силы совершать реальную работу!?

* Многочисленные и сверхточные опыты с целью установления различий между инертной и весомой массой подтверждают основной постулат ОТО об отсутствии такого различия. Обнаружение факта различия между весомой и инертной массой может только обосновать необходимость уточнения ОТО как физической модели. Модели всегда могут и должны уточняться, но такие действия не повлияют на вывод о законности ОТО как физической модели, более точной, чем ньютоновская модель с ее законом всемирного тяготения, и не дают основания для объявления сил инерции нереальными даже в том случае, когда потребуются ввести еще более точные модели, чем ОТО.

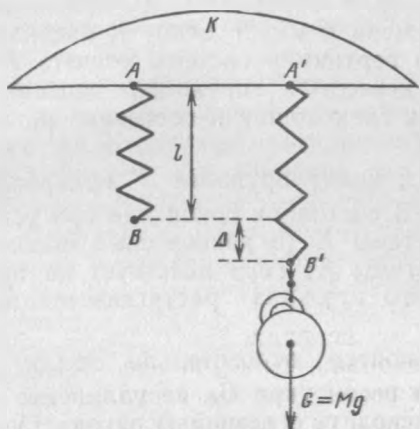


Рис. 1. Растяжение пружины в равновесных состояниях относительно системы отсчета K , находящейся в различных ускоренных движениях по вертикали

Что касается житейских ощущений сил инерции, то почти во всех учебниках по физике и механике приводится много различных примеров соответствующих наблюдений и ощущений. Несмотря на это, в некоторых методических указаниях, в частности для школьников, имеются советы не вводить вообще понятие и термин «сила инерции». Такое игнорирование понятий о силах инерции, часто употребляющееся повсеместно в жизненной практике и науке, так же как и изживаемое понятие о единице измерения силы — килограмме, вряд ли правомерно даже в начальном образовании.

Для выработки естественных представлений об основах механики рассмотрим опытные данные, иллюстрирующие природу сил инерции и вместе с этим разъясняющие принцип действия пружинного акселерометра.

Опыт 1.

Возьмем упругую пружину AB , имеющую в ненапряженном состоянии длину l , закрепленную одним концом A на потолке сначала неподвижной лаборатории K в инерциальной системе отсчета (рис. 1).

Для простоты в описываемых мысленных опытах пренебрежем массой пружины, т. е. посчитаем ее массу равной нулю. Массу пружины легко учесть, но это внесет хотя и небольшие, но ненужные в данных рассуждениях усложнения, которые не имеют принципиального значения и не изменяют сути описываемых опытов.

Пружины AB и $A'B'$ одинаковы или это одна и та же пружина в разных опытах.

Как мы уже говорили, в вертикальном положении пружина AB не напряжена и имеет длину l ; очевидно, что при движениях по вертикали системы отсчета K с любыми ускорениями невесомая пружина, лишенная массы, будет сохранять свою длину и состояние равновесия относительно K .

В положении $A'B'$ к концу пружины B' прикреплена гиля весом $\bar{G} = M\bar{g}$. В состоянии покоя или при ускоренных движениях системы K (в равновесных положениях относительно системы K) гиля действует на пружину, в результате чего пружина растягивается или сжимается.

Если система K покоится относительно Земли, то пружина растягивается весом гири $\bar{G}_0$, ее удлинение Δ_0 легко измерить или вычислить с помощью закона Гука, когда упругие свойства пружины известны. При различных весах гири $\bar{G}$ величина Δ получается различной. В различных случаях по измеренным значениям Δ можно судить о действительно действующей силе, приложенной к концу пружины B' , и, следовательно, о действительном весе гири. Как указано выше, деформация — удлинение Δ пружины $A'B'$ — согласно закону Гука не зависит от движения пружины, а зависит только от равных, но противоположно направленных вертикальных сил, приложенных в точках A' и B' . Таким образом, измерение удлинения Δ дает силу, действующую от гири на конец пружины B' . С другой стороны, так как действие равно противодействию, сила $\bar{G}$ действует со стороны пружины на гилю. При ускоренном движении системы отсчета K и одной и той же гири, подвешенной к концу B' из опыта получим, что $\bar{G} \neq \bar{G}_0$.

Этот опытный результат точно показывает, что при ускоренном вертикальном движении системы отсчета K измеряемый с помощью пружины вес гири, представляющий собой внешнюю силу, действующую на гилю, изменяется. Очевидно, что новый вес $\bar{G} \neq \bar{G}_0$ обладает всеми свойствами веса $\bar{G}_0$, измеряемого той же пружиной в той же системе K , но покоящейся относительно инерциальной системы отсчета.

Если лабораторию K поместить в ракету, стартующую с ускорением $\bar{a}$ вертикально вверх, пружина AB из-за отсутствия у нее массы сохранит свое положение

неизменным, а в положении $A'B'$ пружина с подвешенной гирей изменит свою длину за счет увеличения удлинения $\Delta_1 > \Delta$.

В режиме старта ракеты с вертикальным ускорением $\underline{a_1}$ в реальных условиях ($\underline{a_1} = n\bar{g}$) перегрузка n может меняться в широких пределах — от нуля до 12 и больше. В связи с этим очевидно, что на конец пружины будет действовать сила $M(\bar{g} + \underline{a_1})$. Иначе говоря, по величине удлинения можно судить об ускорении, а по найденному ускорению интегрированием на вычислительной машине, установленной на борту ракеты, легко определяется закон ее движения, т. е. положение ракеты в пространстве. Это элементарный пример инерциальной навигации.

Теперь ясно, что за счет силы инерции, приложенной к гире и равной $M\underline{a_1}$, вес гири увеличивается; вместо $M\bar{g}$ он станет равным $M(\bar{g} + \underline{a_1})$. Этот пример наглядно показывает, что действие внешних сил инерции на гирию проявляется точно так же, как и действие внешних сил тяжести.

Если теперь поместить лабораторию с пружиной в падающий лифт, то при движении вниз с ускорением $\underline{a_2}$ пружина AB с пренебрежимо малой массой сохранит свою длину, а пружина $A'B'$ с подвешенной гирей за счет силы инерции, приложенной к гире и направленной вверх, уменьшит силу, действующую на пружину, которая теперь будет равна $M(\bar{g} - \underline{a_2})$. В этом случае получится, что удлинение $\Delta_2 < \Delta$.

Если движение вниз происходит принудительно с ускорением, большим, чем $\bar{g}$, то длина пружины без массы AB опять остается неизменной, а с гирей пружина $A'B'$ будет сжиматься вместо удлинения, наблюдавшегося в предыдущих случаях.

Если лаборатория K падает свободно, то $\underline{a_2} = \bar{g}$ и поэтому в этом случае длины пружины в положении AB и в положении $A'B'$ равны между собой, а сила, приложенная к пружине от гири, обращается в нуль. Гиря становится невесомой.

Явление невесомости — это состояние, при котором силы притяжения уравниваются силами инерции.

Из описанного опыта следует, что силы инерции и силы тяжести полностью эквивалентны с точки зрения

механических эффектов, которые связаны с определением сил в наблюдаемых движениях и состояниях материальных тел.

Все сказанное выше представляет собой пояснение к основному положению общей теории относительности — принципу эквивалентности и точному совпадению природы внешних распределенных по объему сил инерции и внешних распределенных сил гравитационного притяжения для данного материального тела. В общем случае эти силы одинаковой природы, они не равны между собой. Силы инерции и силы гравитации уравниваются при произвольном свободном движении материальных сред, когда, кроме этих сил, на частицы тела и между частицами тела нет каких-либо других действующих сил и нет каких-либо других вообще несиловых взаимодействий. В противном случае полного уравнивания сил инерции и сил гравитации не получается, но получается уравнивание сил инерции со всеми действующими силам согласно уравнению (2).

В некоторых учебниках явление невесомости при свободных полетах в космосе характеризуется как состояние, в котором отсутствуют внутренние напряжения, однако это неверно. Во всех случаях внутренние напряжения в гире на рис. 2 зависят от того, как гиря подвешена, и от технологии ее изготовления. Напряжения в гире при ее свободном полете в космосе в состоянии «невесомости» вообще отличаются от нуля. Эти напряжения могут зависеть от наличия запрессованных в тело гири различных включений и неоднородностей материала, из которых гиря изготовлена.

Таким образом, в конструкции спутников и в теле космонавтов могут сохраняться внутренние напряжения, например, когда космонавт затягивает свой пояс. С другой стороны, полная невесомость при полетах космических объектов вообще отсутствует из-за того, что траектории точек кабины и их содержимого за счет взаимодействий и, в частности, из-за конструкции кабины не являются свободными траекториями в гравитационном поле. Эти эффекты также связаны с наличием градиентов ускорений в гравитационном поле. Проблемы движений космических объектов в слабом поле гравитации и сил инерции важны на практике и поэтому детально анализируются в теории космических полетов.

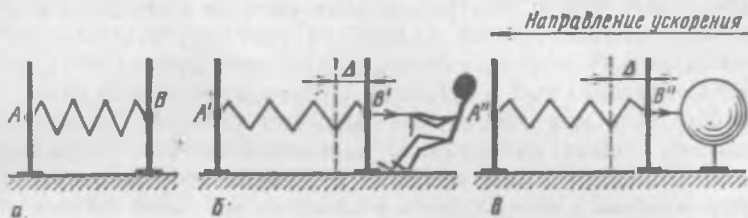


Рис. 2. Опыты в ускоренно движущемся по горизонтальному пути вагоне поезда. Концы пружины и груза могут скользить по гладкому полу:

a — пружина, лишенная массы из-за отсутствия сил инерции, остается неподвижной; *б* — пружина удлинится, если пассажир на остановке тянет пружину с силой P ; *в* — при ускоренном движении вагона за счет силы инерции шара пружина удлинится, если конец пружины связан с шаром. Шар тянет пружину с силой $P = -Ma$

Опыт 2.

На рис. 2 пояснен опыт, проводимый в горизонтально движущемся с ускорением вагоне поезда. Здесь получают данные, аналогичные опыту для вертикальных движений.

Очевидно, что по измерениям деформации пружины и по известным ее упругим свойствам легко определяется ускорение вагона, а следовательно, и его закон движения.

Опыт 3.

Рассмотрим тонкое круглое кольцо, пусть оно в невесомости вращается около оси, проходящей через его центр масс, совпадающей с центром симметрии кольца, и направленной перпендикулярно к плоскости кольца. Вращение кольцу можно придать с помощью действующего в некоторый промежуток времени начального момента, направленного по указанной оси, а затем предоставить кольцу полную свободу вращения в пространстве. Центробежные силы инерции, приложенные к кольцу, будут растягивать кольцо по его радиусам. В идеализированной постановке допустим, что движение кольца происходит в пустоте, так что нет никаких внешних сил, кроме внешних центробежных сил инерции. Наличие центробежных сил вызывает в кольце внутренние растягивающие напряжения, действующие на площадках сечения кольца плоскостями, проходящими через ось

вращения и балансирующимися согласно теории деформируемых тел с центробежными силами инерции. Для такого вращающегося кольца за счет внутренних взаимодействий при отсутствии каких-либо других «реальных» внешних сил в согласии с опытом получится вывод о том, что при достаточно большой угловой скорости кольцо может разорваться внешними силами инерции. «Объяснение» этого эффекта в рамках теории отсутствия реальных сил инерции возможно, но такое объяснение не будет физически естественным. В самом деле, разрыв кольца получится как следствие необходимости обеспечить для частиц кольца внешнюю центростремительную силу только за счет внутренних взаимодействий, тогда как с точки зрения реальности сил инерции внешние силы уже есть, они и вызывают наличие внутренних разрывающих сил.

Часто различными авторами приводится довод, что силы инерции не настоящие силы, так как они не удовлетворяют закону действия и противодействия, что силам инерции, в частности, нельзя поставить в соответствие силы противодействия.

По этому поводу можно сказать следующее. Закон равенства действия и противодействия необходим только в тех случаях, когда он используется. Этот закон необходим, по существу, только для внутренних сил или когда наряду с данной системой рассматриваются и внешние системы, взаимодействующие с данной, т. е., по существу, расширяется данная система, а силы действия и противодействия становятся внутренними. Во многих случаях силы противодействия внешним силам совсем не используются в теории и практике решения многих механических проблем. Например, везде в технической механике силы притяжения тел к Земле (вес тел) очень существенны, а обратные силы противодействия, приложенные согласно закону всемирного тяготения сразу ко всем точкам Земли, никогда не требуется учитывать, так как их влияние на движение Земли ничтожно; все выводы в земной механике сохраняются, если принять дополнительно, что сил, противодействующих силам притяжения Земли, вообще нет. Однако, конечно, такой способ рассмотрения неприемлем, когда речь идет о взаимодействии Земли и Луны или Земли и Солнца, рассматриваемых как одна система.

Инерциальные системы отсчета в ньютоновской ме-

ханике определяются, в частности, системой «неподвижных» звезд. Если кому-то очень уж нужно знать и использовать объекты, к которым приложены силы противодействия внешним силам инерции, приложенным к земным и небесным телам, то можно посчитать, что силы инерции имеют природу сил реакции, а силы, им противодействующие, приложены к системе «неподвижных» звезд, входящих в определения физического пространства и времени, которые фигурируют при формулировках дополнительных связей, определяющих инерциальные системы механики Ньютона. В действительности во всех задачах механики и астрономии указанной нужды нет, так же как в земной технике нет нужды использовать и рассматривать силы противодействия силам тяжести, приложенные ко всем точкам Земли как планеты.

В электродинамике силы противодействия силам Лоренца приложены к электромагнитному полю* как к физическому объекту, претерпевающему соответствующее влияние. Но существуют часто применяемые модельные приемы, в которых рассматривается твердо фиксируемое заданное электромагнитное поле, в котором движутся некоторые заряды. Твердо фиксированное поле — это значит, что движущиеся в нем заряды не меняют характеристик поля, т. е., что обратное влияние зарядов на поле не меняет поля. Это значит, что обратное действие движущихся зарядов на поле не учитывается, иначе говоря, в указанной модели нет сил противодействия на поле со стороны зарядов.

Таким образом во многих случаях принимается, что внешние силы, действующие со стороны поля на заряды, есть, а сил противодействия заряда на поле нет.

Если какая-либо из величин не учитывается и нигде в условиях задач не фигурирует (ею пренебрегают и, следовательно, по своему существу эта величина в принятой модели отсутствует), то таких величин нет фактически в принятой постановке исследований. Однако вопрос о законности подобных заключений каждый раз должен быть исследован дополнительно.

* Стоит отметить, что еще недавно некоторые видные ученые считали, что сила Лоренца вообще не удовлетворяет закону действия и противодействия, так как наличие сил устанавливается только через их влияние. Если какие-либо влияния осуществляются за пределами точности модельного описания, то в рамках соответствующей модели в теории или в опытах подразумевается, что такие влияния отсутствуют.

Существует великое множество примеров, когда нарушение закона действия и противодействия для сил на практике несущественно **. Аналогичным образом пространство Евклида можно рассматривать как физическое поле, подобное гравитационному полю в ОТО, сводящемуся к геометрическому пространству Римана. Ко всем точкам физического евклидова пространства как к связи приложены силы противодействия силам инерции (реакциям связи), развиваемым этим пространством.

В ньютоновской механике физическое пространство считается неизменным солидным объектом, подобным телу с бесконечной массой, и поэтому, несмотря на действие на него сил противодействия силам инерции, его

** Вместе с этим в рамках принятых моделей численное решение сформулированных точно уравнений и дополнительных условий задач и сама постановка задач связаны с получением математически приближенных численных результатов. Даже в тех случаях, когда получаются точные формульные ответы, позволяющие для искомых величин давать численные таблицы совершенно точно, с физической точки зрения на полученное решение надо смотреть как на приближенное за счет схематизированно поставленных задач и тем более в случае, когда сами решения представляются численно приближенными формулами или прямо приближенными численными таблицами.

Таким образом, каждую постановку задачи и ее решение следует рассматривать как приближенные к действительности с некоторой степенью точности.

Но очевидно, что всякое приближенное математическое и физическое решение той или иной сформулированной задачи можно трактовать как точное решение некоторых других соотношений, которые в общем случае соответствуют другим слегка измененным схематизированным задачам и другим моделям.

В этих других моделях могут фигурировать измененные свойства тел, полей и внешних воздействий и, в частности, таких внешних сил, для которых законы противодействия несущественны с точки зрения рассматриваемых задач в ньютоновской механике. С другой стороны, силы противодействия внешним силам, приложенным к данной системе, всегда можно вводить дополнительно, правильно с точки зрения универсальных физических законов, например, для сил инерции, которые можно рассматривать как силы реакции связей, постулируемых при моделировании физического пространства и времени, а силы, им противодействующие, рассматривать как силы, приложенные к связям, которые вводятся с помощью постулатов независимо от приложенных к ним противодействующих сил или действий различной другой природы.

В ОТО в каждой механической проблеме содержится дополнительная сложная задача отыскания соответствующего риманова четырехмерного пространства—времени. В ньютоновской механике эта дополнительная задача представляется всегда уже решенной на основании выдвинутых постулатов с таким ответом: пространство трехмерно и евклидово, а время — абсолютно,

свойства остаются согласно основным постулатам фиксированными. Таким образом, основные постулаты ньютоновской механики позволяют не рассматривать процессы в самом физическом пространстве в противоположность тому, как это делается в ОТО, и подобно тому, как в ньютоновской механике для описания движения земных объектов можно отвлекаться от сил противодействия ньютоновскому притяжению, которые действуют со стороны движущихся объектов на все точки Земли. К этому можно прибавить, что в аналитической механике точно такая же ситуация возникает при изучении движений с фиксированными связями.

В итоге можно сказать, что утверждение о том, что силы инерции не имеют противодействующих сил и поэтому это нереальные силы, наивно и не может служить мотивом для объявления этих сил фиктивными; трактовка сил инерции в ньютоновской механике как физически реальных сил не только разумна, но уже общепринята, она весьма плодотворна в приложениях. Слова, что силы инерции «как бы реальные», не могут оказать какого-либо влияния ни на теорию, ни на практику, но могут только запутать и породить непонимание ясной сути дела в результатах механических исследований.

О РАВНОВЕСНЫХ ПОКАЗАНИЯХ АКСЕЛЕРОМЕТРА

Акселерометром называется прибор, измеряющий в данной точке подвижного тела ниже определяемый вектор ускорения. Далее для определенности будем рассматривать пружинные трехкомпонентные акселерометры достаточно малых размеров так, что в их объеме поле гравитационных и измеряемых ускорений можно считать однородным. Далее будем подразумевать, что параметры акселерометра выбраны так, что для меняющихся измеряемых ускорений при движении объекта установление равновесных показаний акселерометра происходит плавно и практически с ничтожными отклонениями от равновесных значений.

В каждой подвижной точке M , в которой производятся измерения, в частности в центре масс объекта, для малой частицы, стягивающейся в точку M , можно написать

$$\overline{ma}_{a6} = \overline{mg} + \overline{ma},$$

где m — масса частицы; $a_{аб}$ — ускорение центра масс частицы относительно инерциальной системы отсчета; $\underline{g}$ — вектор ускорения в гравитационном поле; $m\bar{a} = \bar{F}$ — общая внешняя добавочная сила, действующая на частицу со стороны внешних тел и полей, в том числе и от соседних частиц. Если движение объекта в целом поступательно, то достаточно рассмотреть только одно уравнение вида (1), написанное для центра масс тела в целом.

На основании уравнения (1) можно написать

$$\bar{a} = \bar{a}_{аб} - \underline{g}. \quad (2)$$

Из соотношения (2) следует, что $\bar{a}$ представляет собой ускорение рассматриваемой точки M относительно локальной поступательно движущейся системы отсчета в гравитационном поле с ускорением $\underline{g}$.

Иначе говоря, вектор $\bar{a}$ представляет собой ускорение точки M по отношению к стабилизированной и ориентированной малой платформе, движущейся вместе с точкой M поступательно в пространстве с ускорением свободного падения $\underline{g}$ относительно инерциальной системы. Это есть система свободно падающего лифта, поступательно движущаяся кабина космонавта и т. п.

Как известно, именно ускорение $\bar{a}$ измеряется пружинным акселерометром. Если тело движется поступательно в поле силы тяжести при отсутствии внешних сил, то $\bar{a}_{аб} = \underline{g}$ и поэтому согласно (2) акселерометр, измеряющий вектор $\bar{a}$, покажет, что все время $\bar{a} = 0$.

Если тело покоится в инерциальной системе координат, то $\bar{a}_{аб} = 0$ и поэтому $\bar{a} = -\underline{g}$. Это означает, что для удержания тела в покое необходимо присутствие внешней силы $\bar{F} = m\bar{a} = -m\underline{g}$.

Если свободно движущееся в гравитационном поле тело вращается или деформируется, то для движения его центра масс будем иметь $\bar{a} = 0$, но для точек M , отличных от центра масс, вообще говоря, $\bar{a} \neq 0$ за счет действия внешних (массовых) сил инерции, порождаемых добавочными движениями и внутренними взаимодействиями.

Движение космического корабля при отсутствии взаимодействия с внешней средой в космическом пространстве при $\bar{a} = 0$ можно рассчитывать с помощью обычных

уравнений и методов небесной механики, для которых надо задавать начальные данные, получаемые из данных о местоположении пункта старта и промежуточных измеренных данных об ускорении $\bar{a} \neq 0$ центра масс, определяемых акселерометром. На начальном участке ускорение $\bar{a} \neq 0$ за счет тяги двигателей и сопротивления воздуха. По измеренному ускорению $\bar{a}$ уравнение (1) позволяет решить кинематическую задачу о законе движения ракеты и космического корабля.

Получение этого решения с учетом меняющейся ориентации подвижных тел представляет собой хорошо разработанную задачу инерциальной навигации. Точность получаемого решения зависит только от точности измерения ускорения $\bar{a}$ и точности данных о гравитационном поле ускорений $\bar{g}$ как функции от точек пространства и времени. Все навигационные расчеты могут производиться ЭВМ на борту летательного аппарата.

Стоит подчеркнуть, что акселерометр измеряет, только ускорение $\bar{a}$, а не внешние силы. При одном и том же кинематически определенном ускорении $\bar{a}$ силы могут быть разными для различных подвижных тел, имеющих разные массы. С другой стороны, для одних и тех же внешних сил $\bar{F}$, например тяг реактивных двигателей, ускорение будет различным для различных космических объектов.

Навигационные расчеты согласно исходному уравнению (1), вообще говоря, можно производить с большей точностью, чем очень точно определяемые законы движения небесных тел, причем на очень длительные интервалы времени — не на минуты или часы, а на века. Наличие акселерометров позволяет дополнительно учитывать по данным измерений ускорения $\bar{a}$ возможные возмущения, возникающие за счет электромагнитных полей и случайных, заранее неизвестных, но вообще существующих сопротивлений, ударов метеорной пыли и т. п.

Особенно ценным качеством инерциальной навигации является отсутствие помех при получении данных о законах движения рассматриваемых объектов. Эти данные можно использовать в автоматически действующих системах управления движением с учетом многочисленных поставленных заранее задач.

Навигационные расчеты с применением уравнения

(2) можно производить для подвижных нематериальных объектов, если акселерометр принудительным образом заставить неотступно двигаться вместе с данными объектами, например подвижным световым зайчиком или тенью пятном.

С другой стороны, в общей и специальной теориях относительности, где пространство и время моделируются физически определяемым четырехмерным пространством событий, а законы движения различных точек представляются мировыми линиями в этом пространстве, определение четырехмерных векторов скорости и ускорения приводит к векторам, которые абсолютны, иначе говоря, они не зависят от систем координат и имеют инвариантный геометрический смысл. В противоположность этому в механике Ньютона определения трехмерных векторов скорости и ускорения вводятся всегда относительно, и они как векторы зависят от выбора системы отсчета, в которой наблюдаются и вычисляются.

Четырехмерные векторы в теории относительности определяются единственным инвариантным способом: для каждой точки мировой линии вектор ускорения перпендикулярен к ней и может рассматриваться как пространственный трехмерный вектор.

Трехкомпонентный акселерометр как раз и измеряет величину и направление этого пространственного абсолютного вектора, определяемого в теории относительности и в ньютоновской механике с помощью неинерциальных систем отсчета, связанных с акселерометром.

Отсюда ясно, что именно это ускорение, измеряемое акселерометром, имеет основное физическое значение и ему нельзя придумать название более нелепое, чем «кажущееся ускорение» (как это иногда предлагается), так как в теории относительности вообще нет каких-либо других ускорений, кроме «кажущихся»! Это верно не только для точек вещества, но и для любых мысленно вводимых подвижных точек.

Нельзя придумать более удачное название для приборов, измеряющих это ускорение, чем «акселерометр», название, давно укоренившееся во всем мире на практике и в литературе.

ОБ ОСНОВНЫХ СООТНОШЕНИЯХ В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИИ

Рассмотрим в рамках ньютоновской механики проблему определения закона движения некоторого объекта в инерциальной системе координат (или закона относительного движения по отношению к переносной системе отсчета, движущейся неинерциально известным образом, относительно некоторой инерциальной системы координат). Выделение конкретной инерциальной системы отсчета связано с требуемой точностью в получении искомого результата, что в первую очередь зависит от величины общего времени движения объекта.

В качестве инерциальной системы отсчета в ньютоновской механике можно взять, например, декартову систему координат с началом в центре масс Солнца и системы его планет (этот центр масс расположен недалеко от поверхности Солнца) с осями, направленными к «неподвижным» звездам, или любую другую систему координат, движущуюся поступательно относительно указанной выше солнечной, и с постоянной по величине и направлению скоростью и с осями координат, имеющими фиксированные направления относительно звезд.

Во многих случаях в качестве инерциальной системы координат можно принять движущуюся поступательно относительно солнечной с началом координат в центре масс Земли. Система координат, связанная с Землей, неинерциальна, так как центр масс Земли движется относительно солнечной системы с переменной скоростью по соответствующей орбите, а сама Земля находится во вращении. Однако этими нарушениями инерциальности из-за малой величины ускорения точек Земли во многих теориях и в жизненной практике можно пренебречь. В земной инерциальной системе, так же как и в солнечной, можно вводить различным образом фиксированную ориентацию с различным началом системы отсчета, движущейся поступательно с любой постоянной скоростью. Часто на практике в качестве инерциальной системы отсчета можно принимать Землю, считая ее абсолютно твердым телом.

Однако при сделанных выше допущениях круг возможных удовлетворительных описаний соответствующих явлений сужается. Например, в проблемах инерциальной навигации в ньютоновской механике для движений

таких объектов, как корабли, самолеты или ракеты, движение которых требуется рассматривать на больших расстояниях и в течение длительного времени, нельзя принимать систему координат, связанную с Землей, инерциальной. Тем не менее для очень коротких дистанций и малых промежутков времени для большинства практически важных случаев систему координат, связанную с Землей, можно рассматривать как инерциальную.

Наблюдение движений небесных и различных земных объектов относительно Земли представляет собой точку зрения Птолемея. Системы описания движения планет Коперника и Птолемея, вообще говоря, не связаны с выбором инерциальных систем координат. Это кинематически различные системы описания, которые исторически были введены как системы, отличающиеся по простоте и гармоничности своей природы. Дальнейшие преимущества системы Коперника выявились только после построения динамики, связанной в ньютоновской механике существенным образом с выбором глобальной инерциальной системы отсчета, с законом тяготения и уравнением второго закона механики. В приложениях всегда в связи с астрономическими наблюдениями с Земли пользуются точкой зрения Птолемея, в которой системы координат связаны с Землей и не являются инерциальными.

Аналогичным образом системы координат, связанные с вагоном поезда, самолета, ракетой, совершающими ускоренные неустановившиеся движения, в ряде ограниченных случаев можно посчитать инерциальными системами.

Во многих задачах физики, например, при сравнительно произвольных движениях куска металла, системе координат, связанную с этим куском, можно считать инерциальной при рассмотрении движений относительно нее отдельных атомов металла или частиц, образующих атомы, и в ряде других случаев.

Все зависит от требуемой разумной точности получения ответов на поставленные вопросы.

В частности, отмеченную в качестве первой солнечную систему координат нельзя посчитать инерциальной при рассмотрении движений этой системы в масштабах Галактики и тем более в масштабах событий, связанных с трансформациями галактик во Вселенной.

Тем не менее во всех проблемах, изучаемых в ньютоновской механике, постулируется наличие трехмерного евклидова пространства, абсолютного времени и существования глобальной инерциальной системы отсчета. отождествление соответствующих инерциальных систем отсчета с присутствующими и наблюдаемыми объектами — это допущение, которое входит в определение модельных представлений, которые всегда необходимы в вводимых (исходя из сущности изучаемых вопросов) вполне приемлемых соглашениях.

В общей теории относительности пространство и время образуют четырехмерное искривленное риманово многообразие.

В каждой точке мировой линии — траектории индивидуализированной точки в четырехмерном пространстве — можно ввести локально инерциальную тетраду (бесконечно малый декартов четырехгранник) в смысле теории относительности. В кривом пространстве Римана такая инерциальная тетрада в каждой точке M мировой линии своя. Всякая такая тетрада и ее начало координат N , совпадающее в данный момент времени с индивидуализированной точкой M , движется поступательно с постоянной скоростью, равной скорости соответствующей точки M на мировой линии и различной в разных точках этой линии. Поступательное движение таких подвижных инерциальных тетрад в теории относительности отвечает движению своей свободной материальной точки N в четырехмерном кривом пространстве Римана с ускорением, равным нулю. (Это «свободно» падающий лифт или летящий малый космический аппарат.) Тогда как ускорение движения точки M по ее мировой линии вообще не равно нулю.

Соответственно в ньютоновской механике движению инерциальной тетрады в теории относительности с четырехмерным ускорением, равным нулю, отвечает движение материальной точки в евклидовом пространстве с ускорением, отличным от нуля, относительно глобальной или тоже локально вводимой инерциальной системы отсчета, когда ускорения обусловлены только силами гравитации.

Таким путем можно конструировать мысленно вводимые собственные локальные инерциальные системы отсчета, определяемые теоретически в связи с любыми

движениями, как в теории относительности, так и в ньютоновской механике.

По существу, дело обстоит так, что как в ньютоновской механике, так и в теории относительности можно формулировать различные физические определения, соотношения и закономерности локально в каждой точке пространства и времени. Полученные теоретические или экспериментальные соотношения и результаты в специально ориентированных неголономных инерциальных системах тетрадных координат затем можно переносить на глобально введенные системы отсчета наблюдателя, в частности на неинерциальные сопутствующие системы.

При определении компонент векторов и тензоров и при пересчетах из одной системы координат к другой необходимо учитывать их первоначальные задания и определения в различных локально или глобально применяемых системах координат, которые могут изменяться различным образом при переходе от одной точки мировой линии к другой.

При тетрадном методе решения задач локальные ускорения и ориентацию объектов можно измерять с помощью навигационных приборов (акселерометров и гироскопов). Использование результатов этих измерений в кинематических расчетах для определения законов движения в глобальных системах отсчета — это и есть инерциальная навигация.

Если движение данного объекта в выбранной глобальной инерциальной системе наблюдателя найдено, то, как известно, каждое относительное (по отношению к переносной, вообще говоря, неинерциальной системе отсчета) движение легко найти, когда переносное движение в инерциальной системе отсчета задано. Переносная система отсчета может быть деформируема, или, как это часто бывает на практике, переносное движение представляет собой движение абсолютно твердого тела.

Пусть x^1, x^2, x^3 — декартовы координаты движущейся точки M в некоторой фиксированной инерциальной системе отсчета и пусть t — абсолютное время (собственное время в теории относительности) (рис. 1).

Начальные данные x_0^1, x_0^2, x_0^3 и g_0 , где g_0 — ускорение силы тяготения в точке старта M_0 , отвечающее начальному моменту t_0 (данные Коши).

Проблема навигации состоит в определении траекто-

рии M_0M , закона движения $x_i(t)$ и ускорения силы тяготения $\vec{g}$ в точках траектории M (см. рис. 1).

В каждой точке M можно ввести очень малую, движущуюся поступательно, стабилизированную по ориентации платформу (с помощью гироскопов), несущую на себе комплекс приборов, содержащий, в частности, трехкомпонентный акселерометр и выделенную точку M .

Дальше для разъяснения сущности задач инерциальной навигации для простоты ограничимся только рассмотрением задачи об определении траектории некоторой точки M на выделенной стабилизированной платформе и оставим в стороне проблемы определения ориентации и деформации тел при их полетах в пространстве.

Схема с системой приборов на стабилизированной платформе одна из возможных, применяемых в инерциальной навигации. Можно предложить и применить на практике много других схем и расположений на движущемся теле специального набора инерциальных приборов.

Полное решение задач о произвольных пространственных движениях в гравитационном поле с разными схемами и вариантами расположения инерциальных приборов, действующих без методических ошибок, было да-

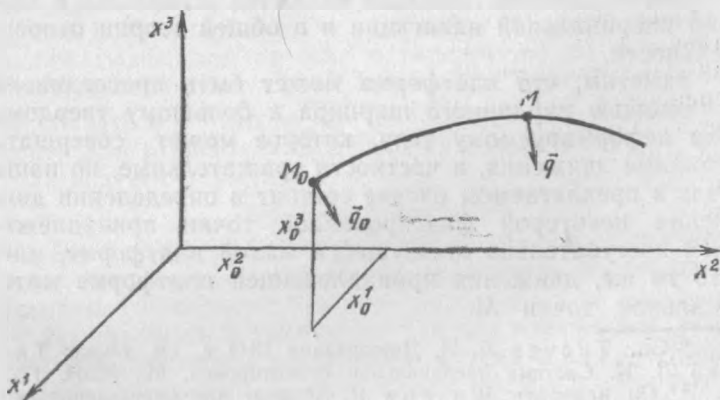


Рис. 1. Траектория движения точки M в инерциальной системе координат

но Л. И. Ткачевым* в его докторской диссертации в 1944 г.

Термин «без методических ошибок» означает предположение, что показания приборов точно соответствуют действительным значениям измеряемых величин при их неустановившихся эволюциях.

До работы Л. И. Ткачева рассматривались только отдельные весьма частные движения и в связи с этим некоторые изобретательские предложения, в которых сочетались измерительные приборы и счетные устройства, которые прямо выдавали требуемые результаты.

В инерциальных системах Л. И. Ткачев отделял чувствительные элементы—датчики от вычислительных машин, что явилось прогрессивным шагом в свете появления современных электронных счетных быстродействующих устройств.

Достаточно еще напомнить о маятнике Фуко, позволившем экспериментально демонстрировать в прошлом веке вращение Земли. Для частных типов движений, начиная с 1904 г.** в патентные бюро по изобретениям поступило много изобретательских предложений.

В этот же период времени в многочисленных изобретениях в теории и на практике было использовано физическое положение об эквивалентности сил инерции и сил тяготения, откуда следует непосредственно эквивалентность инертной массы и массы гравитационной.

Эти положения локально являются основными в теории инерциальной навигации и в общей теории относительности.

Заметим, что платформа может быть присоединена с помощью карданного шарнира к большому твердому или деформируемому телу, которое может совершать сложные движения, в частности вращательные, но наша цель в предлагаемом очерке состоит в определении движения некоторой фиксированной точки, принадлежащей поступательно движущейся малой платформе, или, что то же, движения принадлежащей платформе материальной точки М.

* См.: Ткачев Л. И. Диссертация 1944 г., см. также: Ткачев Л. И. Система инерциальной ориентировки. М., МЭИ, 1973.

** См., например: Wussow R. Аппарат для определения скоростей и пройденного пути. Германский патент № 179477, приоритет 19.IX.1905 г.; Dahlke O. Устройство для измерения ускорений, скоростей и путей. Германский патент № 274978, приоритеты от 8.IV.1913 г. и от 19.III.1914 г. и ряд других заявок.

Пусть вектор $\vec{a}_{аб}$ — ускорение в поступательном движении стабилизированной платформы относительно инерциальной системы координат.

Уравнение движения платформы и точки M согласно второму закону ньютоновской механики имеет вид:

$$\vec{a}_{аб} = \vec{g} + \vec{b}. \quad (1)$$

Ускорение $\vec{g}$ порождается гравитационной силой, а $\vec{b}$ — ускорение, порождаемое дополнительными внешними к платформе силами. Это могут быть как силы, действующие на платформу со стороны тела, к которому присоединена платформа, и зависящие от движения системы «тело плюс платформа», так и силы, порождаемые специальными ракетными двигателями. Это могут быть силы, связанные с физическими свойствами вещества основного объекта, могут быть электромагнитные силы и т. п.

Для движения центра масс тела в целом также верно уравнение вида (1), в котором $\vec{a}_{аб}$ представляет собой ускорение центра масс относительно инерциальной системы отсчета, $\vec{g}$ и $\vec{b}$ — ускорения, вызываемые соответствующими суммарными внешними силами. При переходе к подвижным системам отсчета (например, к неинерциальной системе Птолемея, связанной с Землей) векторы $\vec{g}$ и $\vec{b}$ и их компоненты можно рассматривать как ускорения, определенные в инерциальной системе координат и порожденные силами той же природы в любой подвижной системе координат. Их компоненты в любой подвижной системе определяются по формулам преобразования векторных компонент. То же самое можно сказать и о векторе $\vec{a}_{аб}$. Однако при определении законов для относительного ускорения целесообразно воспользоваться формулой

$$\vec{a}_{аб} = \vec{a}_{от} + \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{доб}, \quad (2)$$

где $\vec{a}_{от}$ — относительное ускорение; $\vec{a}_{пер}$ — переносное ускорение; $\vec{a}_{доб}$ — добавочное ускорение, обобщающее ускорение Кориолиса*.

Возвращаясь к уравнению (1) для платформы, заметим, что движения платформы и тела близки с точки зрения расстояний между точкой M на платформе и всеми другими точками рассматриваемого объекта.

* См.: Седов Л. И. О сложении движения относительно деформируемых систем отсчета — ПММ, 1978, т. 42, вып. 1, с. 175.

Если, кроме сил тяготения, нет каких-либо внешних сил, действующих на материальную точку M на платформе или на центр масс тела, то вектор $b = 0$.

Векторы $\overline{a_{аб}}$, $\overline{g}$ и $\overline{b}$ определяются в каждой точке траектории движущегося в пространстве тела, причем векторы $\overline{a_{аб}}$ и $\overline{b}$ определяются с помощью инерциальной системы отсчета, которую в теории приложений к инерциальной навигации для получения хорошей точности необходимо брать в солнечной инерциальной системе. Компоненты векторов $\overline{a_{аб}}$ и $\overline{b}$ и уравнение (1) можно рассматривать в любой системе координат и, в частности, в произвольной подвижной системе y^1, y^2, y^3 , например в неинерциальной, связанной с Землей. Как известно, пересчет векторных компонент, определенных в инерциальной системе координат x^i , на компоненты в подвижной переносной системе y^k легко получить, если закон движения переносной системы

$$y^k = f^k(x^i, t) \quad (3)$$

известен.

При таком пересчете от инерциальной солнечной системы на земную неинерциальную уравнение (1) на основании формулы (2) можно переписать

$$\overline{a_{от}} = -\overline{a_{пер}} - \overline{a_{доб}} + \overline{g} + \overline{b} \quad (4)$$

с учетом известных выражений для векторов $\overline{a_{пер}}$, $\overline{a_{доб}}$ и вектора $\overline{b}$, измеренных акселерометрами.

В простейших грубых алгоритмах инерциальные расчеты проводятся в предположении, что векторное поле $\overline{g}(x^i, t)$ (карта ускорений $\overline{g}$) можно считать известным (т. е. тогда, когда расположение и свойства нужных небесных тел известны). Многие приложения ограничиваются такой методикой.

Зная ускорение $\overline{a}$, можно последовательными шагами рассчитать проекции скорости и координаты точки M и этим самым дать численное решение поставленной задачи с помощью бортовой ЭВМ, установленной на движущемся объекте.

Карта для поля ускорения из-за различных аномалий в движениях небесных тел, в распределении их масс и их формы получается со многими неточностями, исключая возможность получать весьма точные результаты, которые допускаются приборами в последнее вре-

мя в современных измерениях ускорений $\overline{b}$ и в создании стабилизированных платформ.

Если совсем недавно пределы для точности инерциальных расчетов были связаны с точностью работы инерциальных приборов, то в современных системах инерциальной навигации точность результатов лимитируется погрешностями пространственных карт поля гравитационных ускорений.

В связи с этим возникает задача о получении на движущихся объектах с помощью специальных бортовых приборов гравиметров всех градиентов вектора ускорения в каждой точке траектории. Иначе говоря, измерителей компонент производных

$$\frac{\partial \overline{g}}{\partial x^i} \text{ и } \frac{\partial \overline{g}}{\partial t}. \quad (5)$$

Эти производные на практике очень малы. Однако вблизи очень плотных небесных тел (черные дыры, нейтронные звезды и т. п.) компоненты этих производных могут быть очень большими.

Если величины (5) измерены в последовательности точек M на траектории, то вектор $\overline{g}$ можно определить с помощью формулы

$$\overline{g}(M(t)) = \overline{g}_0 + \int_{t_0}^t \left(\frac{\partial \overline{g}}{\partial x^i} v^i + \frac{\partial \overline{g}}{\partial t} \right) dt. \quad (6)$$

Подынтегральная векторная функция по измеренным производным (5), измеренному вектору $\overline{b}$ с помощью соотношения (1) позволяет произвести уточненный навигационный расчет.

В схеме этой системы инерциальной навигации основная трудность связана с измерением градиентов (5). Выше описана принципиальная возможность создания инерциальных систем без заранее заданной карты для пространственного поля ускорений тяготения. Еще недавно были исследователи, которые сомневались в принципиальной возможности построения подобной инерциальной системы.

Как известно, ньютоновское гравитационное поле в инерциальной системе отсчета нестационарно и обладает скалярным потенциалом

$$U(x^1, x^2, x^3, t) = U'(y^1, y^2, y^3, t),$$

где x^i и y^k связаны преобразованием (3), причем U

равняется сумме потенциалов отдельных масс. В общем случае можно написать

$$\begin{aligned}\bar{g} &= \text{grad} U = \text{grad} U'; \\ U &= \sum_k U_k = \sum_k U_k',\end{aligned}\quad (7)$$

где U_k — потенциалы отдельных подвижных небесных тел. Для подвижных космических аппаратов это могут быть потенциалы Земли, Луны, Солнца и других небесных тел. При особенно точных расчетах потенциалов в сумме (7) может потребоваться учесть и потенциал самого подвижного объекта.

Сумма в формуле (7) зависит от переменных координат, расположения притягивающих тел, их ориентации и свойств близких небесных тел, создающих гравитационное поле, влияющее на движущиеся объекты.

В частных, но довольно важных вопросах основные задачи связаны с движением тел и искусственных спутников относительно Земли. В этом случае в подвижной системе координат y^1, y^2, y^3 , связанной с Землей, поле ускорений $\bar{g}_1$ и потенциал U_1 определяются в основном распределением масс в самой Земле. Вблизи Земли влияние Луны и Солнца вообще очень мало, и в особо точных расчетах это влияние можно учесть теоретически с помощью известных асимптотических формул для добавочных членов в ускорении $\bar{g}$.

Что касается поля земных ускорений, то оно в земной системе Птолемея не зависит от времени t . Поэтому при его определении получится, что

$$\bar{g}_{\text{зем}} = \bar{g}_{\text{зем}}(y^1, y^2, y^3)$$

и не зависит в этой системе отсчета от времени t . Поэтому для относительного движения в неинерциальной земной системе отсчета поле гравитационных ускорений определяется только пространственными градиентами ускорений $\bar{g}_{\text{зем}}$ и асимптотическими теоретическими формулами для потенциалов отдельных небесных тел.

В схеме расчетов инерциальной навигации, изложенной выше, учет всех тонкостей, связанных с гравитационным полем, производится автоматически при достаточной точности измерительных приборов — гравиметров, установленных на летящем теле и измеряющих местные градиенты ускорений силы тяжести. Основные достижения в реализации подобных навигационных комплексов связаны с созданием точно действующих инерциальных

приборов и наличием бортовых ЭВМ. При необходимости получения заданных траекторий требуется еще создание систем управления с корректирующими ракетными двигателями, изменяющими величину и направление вектора $\bar{b}$ и, следовательно, ускорения $a_{аб}$ (или при фиксированной переносной системе отсчета на вектор ускорения $a_{от}$), через которое осуществляется непосредственное воздействие на движение тела относительно переносной системы отсчета.

Заметим еще, что на основании равенства (7) в переносном движении относительно Земли из формулы

$$\bar{g}_{зем} = \text{grad } U_{зем}(y^1, y^2, y^3)$$

следует, что

$$\frac{\partial \bar{g}_{зем}}{\partial y^k} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial U_{зем}}{\partial y^i} \frac{\partial y^i}{\partial y^k} \bar{\mathcal{E}}^i,$$

где $\bar{\mathcal{E}}^i$, $i = 1, 2, 3$ — векторы базиса в декартовой переносной системе координат. Так как $\frac{\partial^2 V_{зем}}{\partial y^i \partial y^k} = \frac{\partial^2 V_{зем}}{\partial y^k \partial y^i}$,

то для определения градиентов $\frac{\partial \bar{g}_{зем}}{\partial y^k}$ требуется измерить только шесть вторых частных производных

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^i \partial y^k} \text{ при } i = 1, 2, 3 \text{ и } k \leq i.$$

Наличие градиентов ускорения силы тяжести исключает эффект получения полной невесомости и отсутствия внутренних напряжений в конструкции космического корабля и организме космонавта при движении обитаемых искусственных спутников или космических аппаратов вообще. Во многих примерах движения космических аппаратов соответствующие изменения ускорения силы тяжести $\bar{g}$ на практике в пределах размеров летательных аппаратов очень малы, поэтому соответствующие силы инерции и силы тяготения также отличаются мало, и наблюдаемые явления близки к явлениям, отвечающим состоянию невесомости.

Если градиенты ускорения $\bar{g}$ очень велики, например, при полете космических кораблей вблизи массивных, но малых небесных тел, допустим, нейтронных звезд, то может произойти полное разрушение космического аппарата. Все превратится в пыль частиц, движущихся в виде облака, а каждая частица при отсутствии

столкновений будет продолжать двигаться независимо от других в состоянии невесомости.

Если градиенты ускорения сверхбольшие, как это получается теоретически для черных дыр с большой характерной массой, то атомы газового вещества, пролетающие на близком расстоянии мимо дыры, будут разрушаться и возникнет ионизация; газ превратится в плазму. В этом случае возможны также особые явления, связанные с квантовой физической природой вакуума.

О ПОНЯТИЯХ УСТОЙЧИВОСТИ И НЕУСТОЙЧИВОСТИ В МЕХАНИКЕ

Необходимо не упускать из виду, что всякие результаты исследований в механике и физике вообще получаются с помощью тех или иных действий в рамках выбранных теоретических моделей.

Принятые постановки задач и полученные выводы можно признать в механике верными, если они находятся в согласии с действительностью в некотором допустимом смысле. В противном случае предлагаемые результаты можно называть ошибочными по определению.

Для более отчетливого и полного разъяснения сказанного, а также ввиду его важности в жизненной практике дадим иллюстративный пример.

Рассмотрим механическое состояние жидкости, налитой в рюмку*, поставленную на горизонтальный «неподвижный стол». Примем, что внутренняя поверхность рюмки представляет собой идеальную гладкую поверхность вращения около вертикальной оси симметрии и что жидкость идеальная и весомая (рис. 1).

Очевидно, что так сформулированные свойства стола, сосуда и жидкости — далеко идущая схематизация, которая, несмотря на это, позволит получить правильный вывод, согласующийся в одних случаях с наблюдениями в действительности, а в других — им противоречащий и, следовательно, ошибочный.

В самом деле, рассмотрим равновесие жидкости в рюмке, когда рюмка неподвижна (рис. 1, а) и когда рюмка, оставаясь на столе, вращается относительно вер-

* Это в принципе может быть любой сосуд вращения или прямо центрифуга.

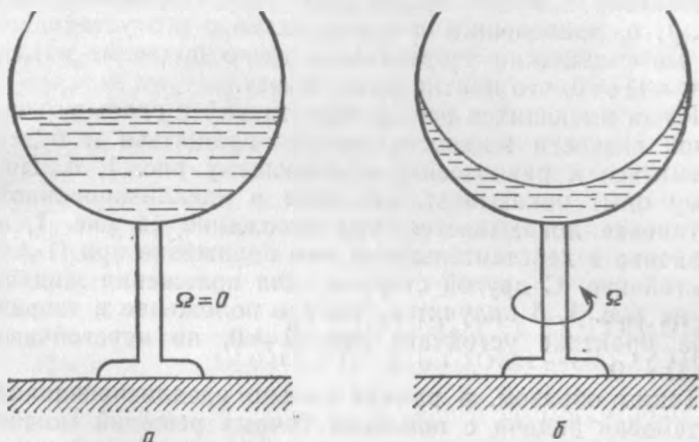


Рис. 1. Положение равновесия жидкости в сосуде:
 а — устойчивое положение равновесия жидкости при невращающемся сосуде и неустойчивое — при вращающемся; б — устойчивое положение равновесия при вращении сосуда с угловой скоростью Ω и неустойчивое — при отсутствии вращения

тикальной оси симметрии с постоянной достаточно большой угловой скоростью Ω (рис. 1, б).

Легко убедиться, что в сформулированной идеализированной постановке задачи оба положения идеальной жидкости, указанные на рис. 1, а для неподвижной жидкости и на рис. 1, б для вращающейся жидкости, теоретически осуществимы и их можно рассматривать как соответствующие положения «равновесия».

Однако повседневная практика и опыты показывают, что, несмотря на далеко идущую идеализацию в сформулированной выше постановке задачи, в действительности можно наблюдать устойчивые состояния равновесия, отвечающие положениям, показанным на рис. 1, а при $\Omega = 0$ и на рис. 1, б при $\Omega \neq 0$. Причем этот вывод останется верным и для вязкой жидкости.

Вместе с этим математическое доказательство устойчивости равновесия (например, методом А. М. Ляпунова) для абсолютного равновесия при $\Omega = 0$, отвечающего положению жидкости на рис. 1, а, пригодно и в случае $\Omega \neq 0$, так как в принятой идеализированной постановке уравнения движения идеальной жидкости и граничные условия на внутренних стенках рюмки независимы от угловой скорости Ω .

Поэтому для положения жидкости, показанного на рис. 1, а, приведенное доказательство о его устойчивости математически теоретически точно подходит и для случая $\Omega \neq 0$, что противоречит опыту.

Из-за имеющихся всегда возмущений и сколь угодно малой вязкости жидкость начнет вращаться и будет стремиться к равновесию, отвечающему рис. 1, б. Поэтому опыт показывает, что хотя в идеализированной постановке доказывается, что положение на рис. 1, а устойчиво в действительности, это положение при $\Omega \neq 0$ неустойчиво. С другой стороны, для положения жидкости на рис. 1, б получится, что это положение в теории и на практике устойчиво при $\Omega \neq 0$, но неустойчиво при $\Omega = 0$.

Таким образом, в рамках сильно идеализированной постановки задачи с помощью точных решений можно правильно найти состояния равновесия идеальной жидкости. Однако полученные правильные заключения об устойчивости или неустойчивости для этих состояний равновесия жидкости на практике связаны с необходимостью углубления теоретического моделирования постановки задачи и отступления от первоначальной чрезмерно сильной идеализации.

Примеры, подобные описанному, могут встретиться в разных приложениях. Свойства объектов и выявление соответствующих механизмов, которые могут иметь различную природу, обуславливающих формулировку верных выводов, согласных с реальностью, об устойчивости или неустойчивости, обязательны. Приведенный пример — демонстрация опасности формальных способов рассуждений.

В частности, следует еще указать, что для правильного заключения об устойчивости или неустойчивости по Ляпунову той или иной системы необходимо обращать внимание на выбор переменных, в которых такая устойчивость анализируется.

Обратим внимание, что в описанной задаче вместо идеальной жидкости можно было бы взять одну или несколько гладких дробин.

ИЗОБРЕТЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В математике на основании обобщений и логических абстракций путем определений вводятся различные объ-

екты, понятия, операции и устанавливаются соответствующие закономерности, свойства и алгоритмы.

В физике и механике применительно к наблюдаемым в природе явлениям, в задачах познания и в практических задачах техники применяются математические методы, но необходимость достижения во что бы то ни стало практических целей требует тесного взаимодействия теоретических и экспериментальных методов, сочетающихся с использованием разнообразных приближенных приемов. Вместе с тем необходимо подчеркнуть, что к совершенным рациональным теориям в физике и механике предъявляются такие же высокие требования, как и к самым совершенным математическим теориям.

Понятия пространства и времени в физике имеют фундаментальное значение. В основе ньютоновской физики лежит математическое изобретение понятия евклидова пространства и абсолютного времени.

Однако теперь уже понятно, что отождествление реального физического пространства и физического времени с евклидовым пространством и понятием абсолютного времени можно делать только в приближенном смысле. Это приближение, очень хорошее и вполне достаточное во многих практических задачах, приемлемо не во всех случаях жизни.

Таким образом, в своей основе суть дела очень похожа на то положение, когда мы представляем себе движение тел как движение материальных точек или когда движение воды мы рассматриваем как движение идеальной (теоретически определенной) жидкости, или движение металлов рассматриваем с помощью моделей деформируемых идеально упругих тел.

В механике смысл моделирования реальных тел и явлений с помощью изобретаемых в науке объектов и процессов всем ясен и все мы хорошо понимаем в этих случаях смысл наших действий.

Не принято говорить о том, что «наукой открыты» идеальная несжимаемая жидкость, или абсолютно твердое тело, или идеальное упругое тело. Мы понимаем, что эти объекты — весьма нужные нам и полезные научные изобретения. В физике иногда говорят об открытии некоторых свойств тел или таких понятий, как «энтропия» или «температура». В действительности эти понятия и свойства устанавливаются как составные характеристики или свойства придуманных в науке физических мо-

делей, которые так же хороши и полезны, как математические модельные представления об евклидовой геометрии.

Эти теоретические понятия и представления очень часто служат нам и позволяют хорошо описывать реальность с точки зрения некоторых (но не всех) наших потребностей.

Физики говорят об открытиях, тогда как в действительности они предполагают некоторые схемы и механизмы, которые безусловно нужны и полезны, но всего лишь приближенно соответствуют реальности. Эти «открытия» позволяют понимать наблюдения и развивать методы прогнозирования предстоящих событий.

Вспомним, в частности, теорию теплорода, которая сослужила в прошлом хорошую службу в науке и технике и которая, по существу, применяется и в настоящее время на практике, несмотря на произносимые слова о хаотическом молекулярном движении. Напомню еще, что наши основные методы в механике сплошной среды заведомо не соответствуют во всех деталях реальности, в частности, наши представления о телах как о средах, заполняющих пространство непрерывно. Но эти теории весьма полезны и вполне удовлетворяют нас с точки зрения достижения нужных нам целей.

В физике и механике мы имеем дело с теоретическим моделированием в двух главных аспектах.

I. Моделирование полей и вещества.

Например:

- а) идеальная несжимаемая жидкость,
- б) вязкая жидкость,
- в) совершенный газ,
- г) упругое тело по Гуку,
- д) пластическое тело,
- е) электромагнитное поле и т. д.

II. Моделирование самих постановок задач в рамках выбранных моделей для рассматриваемых объектов.

Например:

- а) поток газа, обтекающий крыло, занимает все пространство,
- б) крыло абсолютно гладкое,
- в) деформация упругого тела плоская,
- г) движение жидкости в трубе одномерное и т. д.

Инженерам хорошо известно, что их расчетные схемы, как правило, основаны на очень далеко идущих

упрощениях. Инженеры знают и ясно представляют себе, на что они идут и что их схемы не учитывают множества деталей, которые они считают второстепенными.

Можно строить теорию и производить расчеты, зная, чем мы пренебрегаем, но иногда можно правильно прогнозировать явления и процессы без ясного представления о скрытых от нас существенных или несущественных свойствах, обстоятельствах и механизмах явлений. Постановка задач в рамках теорий черных ящиков нередко служит источником правильных выводов. Успех теорий черных ящиков связан с применением допустимых схем в науке сегодняшнего дня.

Физики во многих случаях добиваются поразительных результатов своими действиями «на ощупь». Это особенно интересно в связи с тем, что наши представления о физических законах и объектах постоянно изменяются и углубляются. Достаточно напомнить эволюцию научных представлений о тяготении, об электрическом поле, об элементарных частицах и т. п.

Математики и отчасти физики строят модели и соответствующие теории, которые назрели в результате внутреннего развития науки. Однако жизнь и техника ставят много новых и неотложных проблем, которые надо решать. В настоящее время в механике сплошной среды расплодилось огромное число вариантов новых, сильно усложненных моделей разных сплошных сред. Эти модели построены главным образом путем обобщений различных соотношений математического характера, без основательной опоры на опыт и данные физики. Но в механике имеется не так уж много разумных конкретных моделей по определенным заданиям для конкретных материалов (я имею в виду ползучесть, пластичность, усталость, прочность и т. п.). В настоящее время связь общих теорий новых моделей с экспериментами, на мой взгляд, недостаточна и, можно сказать прямо, неудовлетворительна. Но имеются хорошо развитые общие теории, благодаря чему уже созданы предпосылки для более глубокого и непосредственного взаимодействия теории с экспериментом. Новые модели нужны, они строятся и будут интенсивно строиться в ближайшее время.

Основной, необычной для механиков особенностью в современных моделях является необходимость введения новых внутренних степеней свободы и соответствующих характеристических параметров, для которых необходи-

мо, устанавливая определенные уравнения, состояния, кинетические и другие соотношения.

Например:

- а) температура,
- б) концентрации компонентов состава вещества,
- в) характеристики электромагнитного поля и его взаимодействия с телами,
- г) компоненты тензора пластических деформаций,
- д) характеристики дислокаций,
- е) параметры структуры и т. п.

Вот отдельные важные примеры некоторых новых механических моделей, которые разрабатываются в настоящее время.

I. Жидкость с пузырьками с учетом внутренних движений и вибраций пузырьков. В этом случае имеет место большая дисперсия в распространении различных волн, и обычное понятие скорости звука как скорости распространения малых возмущений теряет свой смысл.

II. Модели турбулентных движений жидкостей и газов. Здесь важное значение имеют способы усреднения различных величин, однако не при построении теоретических моделей, а только при сопоставлении теории с опытом, по существу, только при определении с помощью измерений в опытах фигурирующих в теории различных характеристик потоков.

Возможно, что некоторая теория турбулентности при одном методе обработки опытных данных будет удовлетворительной, а при другом нет. Практика показывает, что в турбулентных потоках могут проявляться реологические свойства жидкости, которые являются скрытыми, несущественными с точки зрения ламинарных движений жидкости.

III. Модель континуальной теории дислокаций. Эта модель строится как обобщение моделей пластических тел. Трудности в ее построении связаны с введением новых внутренних степеней свободы, описывающихся, например, с помощью компонент вектора Бюргерса. Для этих новых характеристик состояния и процессов требуется устанавливать динамические уравнения типа кинетических уравнений для химических реакций.

В настоящее время подробно разработаны кинематические вопросы континуальной теории дислокаций и имеются основы динамических теорий. Но эти модели

еще не апробированы в опытах. Связи теорий с измерениями и наблюдаемыми эффектами в эксперименте еще недостаточны.

О НЕКОТОРЫХ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ РЕЗУЛЬТАТАХ

Предметом термодинамики является макроскопическое моделирование свойств веществ, полей и соответствующих процессов. Основные законы термодинамики — это первый и второй законы, или, как их называют, начала термодинамики.

Из первого начала термодинамики следует, что для всякого индивидуализированного физического объекта в соответственно определенное собственное время можно ввести понятие его внутренней энергии, которое будет фигурировать в уравнении, выражающем закон сохранения энергии.

Из второго начала термодинамики при довольно общих предположениях следует, что для многочастичных макроскопических объектов можно ввести понятие энтропии.

Энергию и энтропию необходимо рассматривать как функции (или в сложных моделях как функционалы) системы «макроскопических» определяющих параметров, задающих состояние в вводимых моделях для описания явлений изучаемых процессов в окружающем нас мире.

Ниже в специальном очерке будет показано, что все уравнения механики и, в частности, механики сплошных сред и электродинамики (со всеми добавочными соотношениями типа уравнений состояния, кинетических уравнений, условий на сильных разрывах), в теории химических реакций и фазовые превращения и т. д. можно описывать на основании минимальных и унифицированных допущений термодинамической природы. Эти допущения можно вывести из вариационного уравнения, представляющего собой в малом обобщенное уравнение в вариациях первого начала термодинамики, в котором используется также и второе начало.

Подобный общий метод построения замкнутой системы соотношений, определяющих собой модель, представляет также обобщенное уравнение в вариациях

принципа возможных перемещений, применяющегося с этой же целью в механике для чисто механических явлений. Очевидно, что задачи об установлении реологических соотношений — это проблемы термодинамические.

В последнее время проблемы макроскопического моделирования различных тел и полей интенсивно разрабатываются в механике. Существующие ходячие представления о том, что выявления микроскопических механизмов во взаимодействиях малых частиц, из которых образуются макроскопические тела, достаточно для выяснения макроскопических свойств тел в физически малом, совершенно неверно.

Переход от системы с очень большим числом степеней свободы к физически приемлемым в малом макроскопическим объектам с небольшим числом степеней свободы — это нетривиальная задача, требующая обязательного использования ряда допущений, которые всегда связаны с их проверкой в опытах и с теоретическими построениями, основанными на исторически накопленных и апробированных приемах научных исследований.

При применении уже известных достижений и при разработке дальнейших теорий необходимо в явной и четкой форме опереться на рациональным образом введенные понятия и на уже достигнутые результаты в существующих общих и частных теориях.

Имея в виду такое насущное требование, сделаем несколько замечаний, которые, как показывает практика, нужны как для целей образования, так и для конкретной научной деятельности в проблемах познания природы и в решениях практических задач.

Второй закон термодинамики (или эквивалентные ему утверждения, постулируемые теоретически и проверенные многими известными опытами) формулируется в наше время как универсальный закон природы.

При теоретическом моделировании из предположения о существовании наряду с необратимыми процессами обратимых процессов между любыми двумя состояниями A , B из второго начала термодинамики доказывается существование функции, называемой энтропией и представляющей собой функцию параметров, определяющих состояния A и B .

Так как этот вывод и установленные свойства энтропии имеют фундаментальное значение во всех макроскопических теориях, то очень важно ввести, подобно понятию об энергии, понятие об энтропии как о термодинамической функции для любых механических, физических и вообще естественнонаучных макроскопических моделей.

С этой точки зрения уже разработанные теории о существовании энтропии как характеристики состояния рассматриваемых объектов нуждаются в обобщении и дополнении на случай, когда, вообще говоря, любые два состояния A и B в некоторых моделях согласно их определению нельзя соединить обратимым процессом.

По определению, происходящий процесс в рассматриваемой системе можно назвать равновесным, когда под действием внешних влияний изменение всех определяющих параметров происходит бесконечно медленно и в каждой малой частице существует своя температура, причем при сохранении неизменными всех внешних условий возможно осуществление состояний, при которых все определяющие параметры макроскопических малых частиц могут сохраняться неопределенно долго постоянными.

Равновесный процесс называется обратимым, если кривая в фазовом (вообще многомерном) пространстве определяющих параметров может проходить как в одном направлении, так и в противоположном, что происходит при изменении в ее точках знака приращений значений внешних характеристических параметров, обуславливающих процесс, отвечающий движению изображающей точки по фазовой кривой, и когда каждая ее точка является положением равновесия.

Если такое обращение движения по фазовой кривой невозможно, то процесс по определению называется необратимым. В равновесных процессах величина скорости движения по изображающей фазовой кривой не существенна, однако направление этой скорости может быть очень существенным.

Все явления в действительности, строго говоря, необратимы, но в ряде идеализированных случаев на практике можно посчитать некоторые процессы обратимыми. Вместе с тем существуют явления, в которых предположения об обратимости, по существу, никогда недопустимы. Проблема об опытном или теоретическом вве-

дении энтропии для моделей, в которых нельзя вообще ввести обратимые процессы, сильно осложняется*.

Понятие об обратимых и необратимых процессах в общем случае не связано с наличием равновесности. В частности, в классической аналитической механике, когда все движущие силы потенциальны и, следовательно, система консервативна, движения системы обратимы. Например, движения системы материальных точек, притягивающихся по закону всемирного тяготения, будут обратимыми. Кстати, в этом случае в числе характеристик движения отсутствуют такие понятия, как «температура» и «энтропия»**.

С другой стороны, равновесные процессы могут быть необратимыми.

Долгое время многим авторам казалось, что такого рода теоретических моделей в физике вообще нет, однако эти представления, бытующие до сих пор, неверны. В частности, это неверно, когда в рамках построенных моделей все равновесные процессы, соединяющие некоторые два состояния, необратимы. В связи с этим необходимо отметить, что в ряде распространенных учебников авторы «доказывают» без специальных оговорок неверное утверждение, что всякий равновесный процесс обратим.

На рис. 1 схематически изображен пример равновесного, но необратимого процесса движения с трением тяжелого груза (например, кирпича) по горизонтальному неподвижному столу.

Легко видеть, что при бесконечно медленном равномерном движении груза общая сила, действующая на груз в горизонтальном направлении, равна нулю. Общая механическая работа силы тяги $\bar{F}$ и силы трения f_t , приложенных к грузу, тоже равна нулю. Механическая работа сил от груза, приложенных к столу, равна нулю. Механическая работа силы противодействия силе $\bar{F}$ от груза, действующая на нить, отлична от нуля и балансируется с механической работой силы $\bar{F}$, прило-

* Как продолжение изложенных элементарных теорий, более углубленная трактовка понятия об энтропии дана в работе Каменяржа А. Я. и Седова Л. И. Макроскопическое введение энтропии при ослабленных предположениях об осуществимых процессах. — ПММ, 1979, т. 43, вып. 1, с. 2—6.

** Более подробно эти вопросы освещены в курсе Седова Л. И. «Механика сплошной среды» (изд. 4-е, т. 1. М., Наука, 1983).

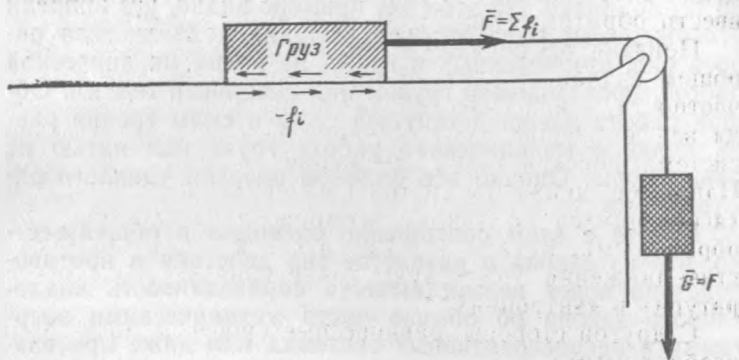


Рис. 1. Пример необратимого квазистатического процесса, f_i — силы трения

женной к грузу. На площади соприкосновения груза со столом выделяется тепловая энергия, которая рассеивается в большой термодинамической бане с постоянной температурой T . Можно было бы и не вводить баню, а рассматривать процесс медленного движения груза с переменной равновесной температурой.

Другими примерами квазистатических (равновесных) процессов могут послужить законы пластического деформирования*, законы намагничивания при наличии гистерезиса и т. п.

Ясно, что на рис. 1 приведен предельно элементарный пример равновесного, но необратимого процесса. Это, как указано выше, противоречит многим книгам

* Микроскопическое проявление пластичности в монокристаллах обусловлено дефектами в строении кристаллических решеток, составленных из атомов. Эти дефекты обусловлены либо «лишними», либо «недостающими» атомами, либо неправильно сдвинутыми относительно друг друга системами атомных структур — дислокациями. Анализируя поведение этих дефектов, легко убедиться, что под действием возрастающих по величине внутренних напряжений вероятность размножения, т. е. образования новых дефектов (при небольшой температуре) гораздо большая, чем вероятность их исчезновения, поэтому понятен возникающий механизм макроскопической необратимости. В данном случае обращение к микроскопическим эффектам ясно показывает, что проблема получения в этом случае макроскопических свойств очень сложна и поэтому до сих пор нет удовлетворительной количественной теории свойств пластических моделей тел, основанной на микроскопических механизмах внутренних взаимодействий.

по термодинамике. На этом же примере видно, что вопреки утверждениям ряда авторов внешняя механическая работа сил, приложенных к грузу, не равна механической работе, производимой грузом над внешними телами. Общая работа внешней тянущей силы и силы трения равна нулю, а механическая работа груза над нитью не равна нулю. Однако все балансы энергии удовлетворяются.

Вместе с этим совершенно очевидно и общеизвестно, что из закона о равенстве сил действия и противодействия вовсе нельзя вывести справедливость аналогичного закона об обмене чисто механическими энергиями в неконсервативных системах или даже при взаимодействии данной механической системы с электромагнитным полем.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ВЕЩЕСТВ И ПОЛЕЙ

В механике, вообще в физике, химии и других науках при рассмотрении и наблюдении всякого рода явлений и процессов вводятся характеристики, с помощью которых изучаются различные взаимодействия и для решения различных проблем формулируются условия в теории и на опыте. С помощью этих характеристик строятся описания, фиксируются наблюдения изучаемых событий и формулируются математические методы, применяемые для получения искомых выводов и результатов.

Первоначальный этап всякого исследования связан с осознанием смысла и перечня вводимых характерных понятий и соотношений между ними, вытекающих из их определения или задаваемых условиями постановки задач в опытах или с помощью исходных постулатов в теории. Иначе говоря, в употребляемой таблице характеристических величин необходимо явно фиксировать задаваемую независимо систему определяющих параметров и подлежащие определению характерные величины, функции и законы, которые добываются как результаты на пути достижения намеченных целей с помощью изобретаемых и положенных в основание исследования моделей и постановок схематизированных задач.

Для построения моделей и получения замкнутых систем математических соотношений необходимо использовать базисные, в большей или меньшей степени универсальные соотношения, которые, с одной стороны, обычно сами по себе рассматриваются как закономерности, пригодные для различных моделей и различных явлений, а с другой — могут и должны служить полем для введения различного рода гипотез или законов, подлежащих проверке при описании физических явлений.

Определение свойств характерных взаимодействий между различными объектами связано прежде всего с введением модельных понятий об индивидуализированных геометрических и физических объектах как в малом, так и для конечных тел в глобальном смысле.

Основными примерами такого рода объектов являются модельные варианты понятий о пространстве, времени, системах координат и системах отсчета для наблюдателя и лагранжевых сопутствующих систем для различных видов вещества и полей.

Объекты и природа их взаимодействий могут быть различными, в частности, в микроскопике это ядерные, электромагнитные взаимодействия, а в макроскопике силовые, гравитационные, электромагнитные, химические, тепловые, квантовые, реакции внутренних или внешних задаваемых связей и т. п.

В настоящее время основные характерные взаимодействия в механике связаны с понятиями о силах, а в естественных науках — вообще с термодинамическими понятиями об энергии. Для микроскопической и особенно макроскопической природы энергетические характеристики вводятся как скаляры, которые могут качественно трактоваться различно; так, например, можно говорить о различных видах энергии — механической энергии, внутриядерной, химической, тепловой и т. п. с учетом возможных трансформаций одних видов энергии в другие.

В частности, в механике вводятся понятия о силах как векторах, которые, по Ньютону, определены уравнением второго закона, имеющего вид:

$$-m\bar{a}_{ab} + \bar{G} + \bar{R} + \bar{T}_i + \bar{K} + \dots = 0. \quad (1)$$

Здесь m — масса материальной точки, $\bar{a}_{ab}$ — ускорение относительно инерциальной системы отсчета в трехмерном евклидовом пространстве; $-m\bar{a}_{ab}$ — вектор силы

инерции; $\bar{G}$ — вектор гравитационной силы; $\bar{R}$ — вектор силы реакции связей, $\bar{T}$ — вектор силы трения; $\bar{K}$ — вектор электромагнитной силы и т. д.

На практике использование уравнения (1) связано с постановками конкретных задач, проведением многочисленных предварительных опытов и применением постулатов, связанных с уравнением (1) в разнообразных приложениях этого уравнения к описанию движений на практике.

Из векторного уравнения (1) можно находить некоторые три неизвестные величины, когда все остальные уже известны или надежно постулированы на основании предыдущих исследований и наблюдений.

Накопленный и обработанный опыт в приложениях на практике к конкретным задачам уравнений типа (1) позволяет получать дополнительную информацию о величинах, входящих в уравнение (1).

Важно, однако, заметить, что в общем случае все силы в уравнении (1) апробируются и устанавливаются с помощью уравнения (1) в многочисленных предварительных исследованиях на примерах непосредственных приложений этого же уравнения, в котором остальные силы, в том числе и силы инерции, уже найдены. Если все силы (и силы реакции связей) полностью или частично известны, то из уравнения (1) полностью или частично определяются силы инерции и соответственно ускорения, а после этого путем интегрирования можно находить законы движения.

Важно подчеркнуть, что требуемые выражения и законы для векторов сил, входящих в уравнение (1), невозможно вводить без предварительной опоры на уравнение (1).

Проблема получения законов для сил, входящих в уравнение (1), для подвижных и материальных точек или для концентрированных и распределенных сил, фигурируемых в аналогичных обобщенных уравнениях движения конечных твердых и деформируемых тел, во многих случаях продолжает составлять предмет обширных исследований во всевозможных исследовательских институтах, занятых изучением равновесий и движений твердых, жидких, газообразных тел, плазмы и различных полей. Такого рода исследования, по существу, тесно связаны с проблемой обоснования и построения мо-

делей не только в механике, где все взаимодействия осуществляются посредством сил, но и вообще в физике, в случаях когда взаимодействия могут характеризоваться и осуществляться посредством других физических механизмов.

Сделанные выше общие замечания относительно сил были высказаны и весьма отчетливо сформулированы уже Кирхгофом, но они еще не всегда внедрены в сознание не только ряда исследователей, работающих в области механики, но даже и в отдельных учебниках по механике.

В некоторых книгах и в совсем современных научных изданиях приходится встречаться с такими высказываниями: «Законы для сил должны устанавливаться независимо от уравнения (1), иначе это уравнение представит собой тавтологию». Однако вся соль в том, что величины сил и законы для них устанавливаются в одних примерах, а их справедливость в приложениях постулируется и применяется для других известных аналогичных примеров с использованием одного и того же уравнения.

В современной науке требуется решать проблемы микро- и макромра. В этих задачах изучаемые явления тесно связаны не только с силовыми взаимодействиями, но и с рядом других физических взаимодействий, которые нельзя описывать с помощью сил. В частности, это могут быть взаимодействия квантовой природы, взаимодействия, регулирующие макроскопические явления распространения тепла, явления фазовых переходов, химические реакции и т. п.

В общем случае при наличии любых типов взаимодействий можно вместо уравнения (1) исходить из уравнения первого закона термодинамики. Как известно, три уравнения (1) в компонентах можно заменить одним скалярным уравнением, содержащим произвольные вариации искомым перемещений, и таким путем уравнение (1) и второй закон Ньютона можно сформулировать в виде принципа возможных (виртуальных) перемещений.

Аналогичным образом уравнение энергии для разнообразных физических явлений в общем случае можно написать в вариациях для искомым характерных функций как обобщение механического уравнения в вариациях для принципа возможных перемещений.

Следовательно, в соответствии с уже широко распро-

страненными методами в механике, термодинамике и физике вообще (в частности, для химических реакций, фазовых переходов и во многих других явлениях) в качестве исходного базисного уравнения можно пользоваться обобщенным уравнением энергии, содержащим вариации искоемых характеристических функций и отвечающим внутренним степеням свободы.

Уравнение энергии в вариациях в общем случае представляется для бесконечно малой индивидуальной частицы (малого объекта, объема) как исходное соотношение, которое можно интегрировать по конечным объемам и таким путем вводить интегральные вариационные базисные соотношения.

Описанный выше метод построения модельных представлений в механике на основании векторного уравнения (1) с последующей формулировкой принципа возможных перемещений или скалярного вариационного уравнения Лагранжа можно обобщить для исследования сложных физических явлений, усложненных физических объектов и не только с силовыми взаимодействиями.

Отметим, что научные основы решения проблем построения новых моделей в современной физике в настоящее время связываются все теснее и теснее с применением вариационных приемов. Излагаемая ниже принципиальная схема построения базовых вариационных функционалов основана на универсальных термодинамических законах, позволяющих усмотреть физическую природу всегда необходимых допущений как естественных обобщений для уже развитых апробированных теорий. Таким путем получают возможности непосредственных контактов с данными наблюдений, обработанными данными опытов и данными статистических теорий и статистических наблюдений.

При построении моделей вообще и для сплошных сред в частности вводятся искомые определяющие переменные характеристики и заданные постоянные параметры или заданные функции, а также зависящие от них термодинамические функции, такие, как удельная, объемная внутренняя энергия U или свободная энергия F , энтропия S , соответствующие законы для притоков различных видов энергии и т. п.

При этом нужно использовать обобщенное уравнение принципа виртуальных работ или перемещений, тесно связанного с фундаментальными уравнениями естест-

вознания — первым и вторым началами термодинамики, согласно которым для индивидуализированных малых трехмерных объемов dv_3 частиц и полей должны выполняться уравнение первого начала термодинамики

$$-\delta(Udv_3) + \delta A_m^e + \delta A_n^e + \delta Q^e \pm \delta Q^{**} = 0; \quad (2)$$

уравнение второго начала термодинамики

$$-\rho\theta\delta Sdv_3 + \delta Q^e \pm \delta Q' = 0; \quad (3)$$

уравнение неразрывности

$$dm = \rho dv_3 \text{ и } \delta dm = 0. \quad (4)$$

Здесь Udv_3 — полная энергия частиц; $\delta(Udv_3)$ — виртуальное приращение энергии для мысленно вводимых явлений; δA_m^e и δA_n^e — соответствующие виртуальные элементарные работы всех внешних массовых и поверхностных сил, которые в ньютоновской механике должны содержать элементарную работу сил инерции $-dm \cdot (a\delta r)$; δQ^e — полный виртуальный внешний приток тепла, который может происходить за счет внешних распределенных массовых источников и через поверхность $d\Sigma$, ограничивающую четырехмерный объем $dv_4 = dv_3 dt$; δQ^{**} — добавочный виртуальный приток нетепловой энергии, который может возникать за счет наличия в аргументах U и S различного рода определяющих величин, в частности электромагнитных характеристик, величин, выражающихся через последовательные производные от закона движения и тому подобных существенных характеристик вещества и поля (явное введение и обоснование присутствия члена δQ^{**} в уравнении (2) было дано автором в 1964 г. в докладе на Международном конгрессе по механике); $\delta Q'$ — некомпенсированное тепло, величина, определяемая механизмами необратимых явлений. В приложениях нередко для определения dQ' и $\delta Q'$ используются обыкновенные линейные связи для соответствующих величин в теории Онзагера или нелинейные связи в обобщенной теории Онзагера, например, в теории пластичности или теории электромагнитного гистерезиса.

Уравнение (4) написано в предположении, что ядерные реакции отсутствуют в действительных и варьированных процессах и поэтому $ddm = \delta dm = 0$, а уравнение (3), — что в рассматриваемой модели для бесконечно малых частиц существует абсолютная температура θ .

При помощи интегрирования уравнений (2) и (3) по четырехмерным объемам v_4 эти уравнения можно заменить интегральными соотношениями, которые в общем случае уже не являются интегральными законами энергии той же природы для индивидуализированных объектов, как и исходные уравнения, так как при интегрировании по объему промежутки времени у разных частиц могут быть разными и в разные моменты времени в объеме v_4 будут присутствовать различные частицы.

Совершенно очевидно, что из универсальных уравнений (2) и (3) можно вывести следующее скалярное интегральное базовое вариационное уравнение:

$$\delta \int_{v_4} \Lambda dv_4 + \delta W^* + \delta W = 0, \quad (5)$$

где v_4 — произвольный четырехмерный конечный объем пространства и времени.

Лагранжиан* $\Lambda = -U$ представляет собой со знаком минус полную удельную термодинамическую энергию, обобщенную на произвольные мысленно вводимые процессы, мало отличающиеся от действительных процессов и от физически определенной энергии вещества и поля в варьируемом объеме v_4 , составленном из объемов dv_4 индивидуальных частиц для соответствующих моментов времени.

Отметим, что величина Λ для мысленных процессов может содержать добавочные члены, обращающиеся в нуль для действительных процессов. Вариации δ взяты при постоянных лагранжевых координатах $\xi^1, \xi^2, \xi^3, \xi^4$ и могут быть заменены вариациями ∂ при фиксированных координатах x^i в системе наблюдателя по операторной формуле

$$\delta = \partial + \delta x^i \nabla_i. \quad (6)$$

Соответствующая теория вариаций, сохраняющих ту же тензорную природу, что и варьируемые компоненты тензоров, нетривиальна**.

Скалярные уравнения (2) — (4) и следующее из них уравнение (5) написаны для произвольных непрерывных вариаций искомых величин. Это накладывает

* В действительности Λ — плотность лагранжиана, однако для простоты и краткости будем называть Λ просто лагранжианом.

** См. Седов Л. И. Применение базисного вариационного уравнения для построения моделей сплошных сред. — В кн.: Избранные вопросы современной механики (к 50-летию со дня рождения Григоряна С. С.), Ч. I. М., Изд-во Моск. ун-та, 1981.

на коэффициенты при вариациях после варьирования требования об их обращении в нуль для всевозможных осуществимых частных процессов и движений, что приводит к замкнутой системе уравнений Эйлера, уравнений состояния и дополнительных условий на сильных разрывах и на границах области для искоемых функций.

В общей теории развиты техника получения этих связей и их анализ. Из условия ковариантности физических уравнений и законов лагранжиан Λ и соответствующую ему энергию U необходимо вводить как четырехмерный инвариант-скаляр, зависящий, вообще говоря, от известных и главным образом от искомых функций, в частности, от ряда функций, выражающихся через закон движения $x^i = f_i(\xi^a, t)$, и от некоторых физически определенных переменных — компонент тензорных искоемых параметров $\mu^A(x^k)$ ($A = 1, 2, 3, \dots$), компонент метрического тензора g_{ij} (заданных в сопутствующей или в системе наблюдателя) и постоянных параметров или известных функций $K^B(\xi^k)$ или $K^C(x^i)$ ($B = 1, 2, \dots$) ($C = 1, 2, \dots$). Из-за скалярности аргументы у Λ можно выписывать как в сопутствующей, так и в системе наблюдателя или в тетрадной системе.

При использовании базового уравнения (5) в каждый из трех членов, являющихся скалярами, вкладывается соответствующий физический смысл, причем объем v_4 произвольный, и на границе этого объема Σ вариации искоемых функций могут также принимать произвольные значения.

В соответствии с фундаментальными уравнениями термодинамики (2), (3) и (4) в вариационное уравнение для любого объема v_4 вводятся дополнительные члены δW^* и δW .

В общем случае скалярный функционал δW^* определяется формулой вида:

$$\delta W^* = \int_{v_4} [\rho \Theta \delta S dv_3 - \delta Q' + \delta A_M^e + \delta Q_M^{**}] \frac{dv_4}{dv_3} \quad (7)$$

Величина δW^* определяется притоками тепла $\delta Q^e = \rho \Theta \delta S dv_3 - \delta Q'$ и массовыми притоками энергии $\delta A_M^e + \delta Q_M^{**}$, где δQ_M^{**} — объемные (массовые) притоки энергии за счет вариаций дополнительных параметров типа μ^A или K^B или за счет присутствия в аргументах U частных производных высшего порядка от искоемых функций.

В аналитической ньютоновской механике член вида δW^* необходимо вводить при наличии внешних непотенциальных сил и неголономных связей. В ньютоновской механике вариация δW^* содержит член, отвечающий работе внешних сил инерции, если Λ выражается только через потенциальную энергию U .

При обратимых явлениях $dQ' = \delta Q' = 0$ (символу d отвечает оператор бесконечно малого приращения в действительных процессах). В необратимых процессах $dQ' > 0$; например, при наличии вязкости, электрических токов и гистерезиса в некоторых случаях можно положить

$$\delta Q' = (\tau_i{}^j \nabla_j \delta x^i + I^k \partial A_k) dv_3, \quad (8)$$

где $\tau_i{}^j$ — соответствующие компоненты тензора типа тензора вязких напряжений; I^k — четырехмерные компоненты вектора тока; A_k — компоненты четырехмерного векторного потенциала электромагнитного поля. Наличие члена $I^k \partial A_k$ обуславливается неконсервативностью явлений в электромагнитном поле, взаимодействующим с веществом.

Что касается скаляра δW , определяемого из уравнения (5), то, поскольку v_4 произвольно, получается, что для любых вариаций искоемых функций на трехмерной поверхности Σ , ограничивающей область непрерывных явлений внутри v_4 , величина δW при отсутствии в Λ и δW^* производных выше первого порядка от искоемых функций имеет вид:

$$\delta W = \int_{\Sigma} (P_i{}^j \delta x^i + M_A{}^j \delta \mu^A) n_j d\Sigma, \quad (9)$$

где n_j — компоненты единичного вектора нормали к поверхности Σ . Компоненты тензоров $P_i{}^j$ и $M_A{}^j$ определяются из уравнения (5).

Тензор $P = P_i{}^j \mathcal{E}^i \mathcal{E}_j$ представляет собой тензор энергии — импульса среды и поля. Векторы $\mathcal{E}^i$ и $\mathcal{E}_j$ — координатные векторы базиса в системе наблюдателя; тензорные компоненты $M_A{}^j$ определяют дополнительные тензоры, аналогичные тензору P . Присутствие $M_A{}^j$ обусловлено потоками энергии через поверхность за счет дополнительных параметров μ^A в аргументах Λ и в выражении для δW^* .

Получающиеся формулы для компонент $P_i{}^j$ и $M_A{}^j$ представляют собой термодинамические уравнения состояния.

Можно показать, что при наличии сильных разрывов на Σ' возникают специальные условия, которые в данном случае при справедливости формулы (9) представляют собой условия непрерывности на Σ' компонент $P_i^j n_j (\Sigma')$ и $M_A^j n_j (\Sigma')$.

Наконец, основы основ — динамические уравнения — получаются из (5), как уравнения Эйлера для базового вариационного уравнения.

Легко показать, и это хорошо известно, что уравнения Эйлера для вариационного уравнения (5) сохраняются неизменными, если заменить Λ на $\Lambda + \nabla_i \Omega^i$, где Ω^i — любые функции от определяющих параметров или вообще любых величин.

Однако при такой замене меняется выражение для энергии системы и меняются выражения для компонент P_i^j и M_A^j . В связи с этим в физической задаче о построении модели энергию U и лагранжиан Λ необходимо задавать полностью, несмотря на то что основные уравнения Эйлера не чувствительны к добавкам вида $\nabla_i \Omega^i$ в лагранжиане Λ . Эти обстоятельства важны при решении проблемы о тензоре импульса гравитационного поля и, очевидно, так же обстоит дело во всех случаях, когда при построении моделей требуется устанавливать уравнения, которые должны использоваться, в частности, при формулировке краевых условий.

Выше изложена схема построения моделей с опорой на общие физические основы и с использованием всевозможной физической информации, добытой в различных опытах и теориях.

В частности, в механике сплошных сред очень полезны теории статистической физики, в которых на основании некоторых простейших классических или квантовых допущений вычисляются термодинамические функции в собственной системе отсчета.

Однако общая теория, связанная с уравнением (5), еще не получила в известных приложениях полного развития с использованием всех его возможностей.

Как в ньютоновской механике, так и в СТО и ОТО* можно принять лагранжиан Λ равным $-U$ и, в частности, в ньютоновской механике не вводить в выражение для Λ удельной кинетической энергии T . В этом слу-

* СТО — специальная теория относительности; ОТО — общая теория относительности.

чае было показано, что в ньютоновской механике необходимо в член δW^* включать работу внешних сил инерции наряду с другими внешними притоками энергии и притоками энергии типа $\rho \Theta \delta S dv_3$ и $-\delta Q'$ за счет необратимых явлений.

В ряде случаев получается так, что формула для δW^* представима в виде

$$\delta W^* = \delta \int_{v_4} \Lambda^* dv_4 + \delta W^{*'} \quad (10)$$

Поэтому вместо $\Lambda = -U$ можно положить

$$\Lambda = -U + \Lambda^* \quad (11)$$

Вместе с этим изменяется физический смысл лагранжиана как энергии U со знаком минус.

Если принять равенство $\Lambda^* = T$ с соответствующими измененными выражениями для $\delta W^{*'}$ и $\delta W'$, как это делается в аналитической механике, то получим*, что

$$\Lambda = T - U \quad (12)$$

Далее можно было бы написать, что согласно равенству $\Lambda^* = -T$ и при соответствующих $\delta W^{*''}$ и $\delta W''$ получим

$$\Lambda = -(T + U) \quad (13)$$

В некоторых случаях может быть, что $dW^{*'} = 0$ или $dW^{*''} = 0$, причем при получении уравнений Эйлера $\delta W' = 0$ и $\delta W'' = 0$, если рассматривать вариации иско-
мых функций, равные нулю на Σ .

* Здесь и дальше для виртуальной работы сил инерции, входящей в выражение для δW^* надо воспользоваться равенствами

$$\begin{aligned} -(\bar{a}_{a\delta} \delta \bar{r}) dmdt &= -\delta \frac{v^2 dm}{2} \cdot dt + \left[\delta v^2 - d\left(\bar{v} \frac{\delta \bar{r}}{dt}\right) \right] dmdt = \\ &= \delta \frac{v^2 dm}{2} \cdot dt - \frac{\partial \bar{v} \cdot \delta \bar{r} dm}{\partial t} - \left[\frac{\partial \rho v^1 (\bar{v} \cdot \delta \bar{r})}{\partial x^1} + \frac{\partial \rho v^2 (\bar{v} \cdot \delta \bar{r})}{\partial x^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \rho v^3 (\bar{v} \cdot \delta \bar{r})}{\partial x^3} \right] d\tau dt \\ dm &= \rho d\tau; \quad \delta dm = 0; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \bar{v} = 0, \end{aligned}$$

где $\bar{v}$ — скорость точек среды относительно инерциальной системы координат, $\delta \bar{r}$ — виртуальное смещение, $d\tau$ — элемент объема (раньше обозначенный через dv_3), v^1, v^2, v^3 — компоненты скорости в декартовых координатах x^1, x^2, x^3 , $T = \int \frac{v^2 dm}{2}$ — кинетическая энергия. Для действительных движений имеем:

$$-\Delta m (\bar{a}_{a\delta} \cdot \delta \bar{r}) = -dT.$$

Уравнения Эйлера сохраняются при таких перераспределениях членов в базовом вариационном уравнении, но при подобных переобозначениях не сохраняется четырехмерная инвариантность каждого из членов в уравнении (5), хотя оно в целом сохраняется и остается четырехмерным инвариантом.

При условии (12) связь вариационного уравнения (5) с первым и вторым законами термодинамики перестает быть явной.

К этому можно добавить, что для СТО и ОТО в уравнении (5) кинетическая энергия в выражении для Λ не фигурирует. Во многих случаях в ньютоновской механике для адиабатических обратимых процессов, когда $\delta Q' = 0$ и $dS = \delta S = 0$, случаи (12) можно рассматривать при $\Lambda^* = T$ и $\delta W^{*'} = 0$. Но при необратимых процессах в неконсервативных системах член $dW^{*'} \neq 0$ и всегда должен присутствовать.

В настоящее время в физике при построении новых моделей сред и полей, и особенно полей, обычно пользуются вариационным «принципом» в виде

$$\delta \int_{v_4} L dv_4 = 0, \quad (14)$$

где L постулируется из математических соображений и не отождествляется с термодинамической энергией во всяком случае явно. При этом рассматривается только фиксированный объем v_4^* , а вариации искоемых функций вообще не являются компонентами тензоров и равны нулю на границе Σ объема v_4 , представляющего собой объем области, в которой ищется решение с заданными краевыми условиями на Σ . Основная цель состоит только в получении уравнений Эйлера.

Возможности получения уравнений состояния и выражений для тензора энергии — импульса после задания L и δW^* или Λ и $dW^* \neq 0$ с помощью уравнения (5) выпускаются из виду. В связи с этим широко распространены неправильные толкования сущности уравнений Эйлера и понятия о тензоре энергии — импульса.

Таким образом, можно отметить, что в физике теперь все построения, связанные с введением новых моделей, в той или иной степени исходят из интегральных вариационных уравнений, к сожалению, без должной явной связи с их термодинамическими основами. Вместе с этим следует подчеркнуть, что в каждом отдельном случае при построении конкретных моделей требуется

преодолевать трудности, обусловленные технически сложными описаниями необходимых допущений и их толкованием.

Недавно подробно изучены некоторые простейшие модели классического характера для описания движений материальных сред, взаимодействующих с электромагнитным полем. В этих моделях из уравнения (5) при термодинамически обоснованных Λ и δW^* выводятся уравнения Эйлера, содержащие все динамические уравнения, в том числе и все уравнения Максвелла. В важных примерах находятся формулы для сил взаимодействия между электромагнитным полем и веществом, зависящих от характеристик поля и от свойств вещества, и другие соотношения.

Основной смысл предложенной выше теоретической программы состоит в том, что в механике и физике имеется, по существу, только небольшое число универсальных понятий и общих положений, связанных с точными модельными представлениями, конкретизируемых в примерах с помощью частных постулатов, и что понятия об энергии и энтропии, связанные с первым и вторым началами термодинамики, можно рассматривать как основы физики и механики. Этих основ немного и они просты, но их понимание и творческое применение требует глубоко вникнуть в сущность научных методов познания окружающей нас природы.

Таким образом, при введении величин Λ и δW^* , фиксирующих модель, можно руководствоваться различными физическими и математическими соображениями, связанными с термодинамическими свойствами тел через плотность внутренней энергии U и законы диссипации, определяющие dQ' . Величина dQ^{**} также должна вводиться, исходя из допускаемых физических механизмов обмена энергией данной малой частицы с соседними частицами и внешними телами и полями.

Исходя из физических соображений, уравнение (5) в исходной форме (с dW^*) можно постулировать не только для непрерывных по пространству и времени явлений, но и для процессов с сильными разрывами внутри объема рассматриваемой среды на некоторых поверхностях Σ' . При наличии сильных разрывов в величину δW^* можно вводить (исходя из физических соображений о концентрированных притоках энергии на разрывах вдоль

$\Sigma')$ дополнительный интеграл по Σ' , характеризующий такие притоки энергии.

Уравнение (5) представляет собой естественное обобщение и развитие вариационного принципа Лагранжа в аналитической механике.

Предлагаемое обобщение и развитие этого принципа основано на следующих существенных обстоятельствах.

1) Вариационное уравнение (5) распространяется на сплошные среды с механическими и физико-химическими процессами, связанными с проявлением внутренних степеней свободы, характеризующих макроскопическими параметрами, вообще говоря, немеханической природы.

2) Уравнение (5) применяется для описания необратимых явлений. В системе уравнений Эйлера содержатся не только общие уравнения законов сохранения, но и кинетические уравнения химических реакций и фазовых переходов, а также в случае учета электродинамических явлений и уравнения Максвелла.

3) Уравнение (5) рассматривается для произвольных объемов и для произвольных непрерывных вариаций искомых функций, в том числе и вариаций, не обращающихся в нуль на границе Σ . Это дает возможность установить термодинамические уравнения состояния, определяющие характеристики механического, химического, электродинамического взаимодействия в телах и в поле, а для метрического пространства найти его геометрические характеристики.

4) После задания функции Лагранжа Λ и функционала δW^* , выраженного через внешние притоки энергии к частицам, на основании интегральной формы уравнения (5) появляется возможность устанавливать условия на поверхностях сильных разрывов — скачках характеристических определяющих параметров внутри среды. Эти условия можно использовать, в частности, для формулировки начальных и краевых условий.

5) Интегральное уравнение (5), минуя дифференциальные уравнения с дополнительными начальными и краевыми условиями на скачках, можно положить в основу различных приближенных и численных методов решения конкретных задач.

6) Уравнение (5) можно использовать для построения специальных моделей: тонких тел — пластинок, оболочек, стержней, для движения жидкости в пленках или

в мелких каналах (в тонких слоях жидкости), при расчетах композитных конструкций и т. п. В такого рода случаях можно выделить некоторые направления, например, направление толщины пластины или направление поперечного сечения стержня. В этих направлениях, допустим по толщине пластинки, распределения изучаемых характеристик состояния можно задавать в упрощенной форме конкретными функциями вдоль первоначальной нормали к пластинке, содержащими «внутренние параметры», которые могут зависеть от координат вдоль пластинки и которые должны варьироваться и определяться с помощью уравнения (5) в процессе решения задачи.

Применение аналогичного метода в различных вариантах к трехмерному случаю может представлять собой прямое или косвенное обобщение метода Бубнова.

После подобной замены искоемых функций можно осуществить некоторые интегрирования в уравнении (5), после чего вариационное уравнение (5) приводит задачу к рассмотрению усложненной модели с внутренними степенями свободы, но с меньшим числом измерений, например, для пластинок и оболочек — двухмерной модели, для стержней — к одномерной и т. п.

В связи с базисным уравнением (5) полезно иметь в виду следующие замечания.

Фиксирование системы уравнений Эйлера, содержащих уравнение количества движения, уравнение моментов количества движения, уравнение энергии, уравнения для продукции энтропии, кинетические уравнения и т. п., которые могут не быть независимыми, не определяет собой плотность функции Лагранжа Λ . Очевидно, что добавление к функции Лагранжа отличных от нуля «дивергентных членов» не меняет системы уравнений Эйлера. Однако добавление «дивергентных членов» к функции Лагранжа меняет выражение для δW и, следовательно, влияет на вид уравнений состояния. Таким образом, задание замкнутой системы уравнений Эйлера, т. е. всех уравнений, выполняющихся для различных процессов, недостаточно для задания уравнений состояния.

В некоторых учебниках и научных работах можно встретить с утверждением, что условия на сильных разрывах можно получить, если известна замкнутая си-

стема дифференциальных уравнений, описывающих некоторые явления в рамках данной модели.

В действительности это утверждение неверно! Дело в том, что, во-первых, разрывные движения, вообще говоря, нельзя рассматривать как предел непрерывных движений в рамках той же самой модели и, во-вторых, при выводе условий на сильных разрывах необходимо обязательно использовать некоторые интегральные соотношения, которые для данной системы дифференциальных уравнений не определяются однозначно.

Для непрерывных движений данной системы дифференциальных уравнений можно поставить в соответствие много полностью эквивалентных ей различных систем интегральных соотношений.

Для разрывных движений разные системы интегральных соотношений дают различные условия, находящиеся между собой в противоречии.

Отсюда понятно, что для установления условий на сильных разрывах необходимо как опытный закон постулировать соответствующую систему интегральных соотношений, верных как для непрерывных процессов, так и для процессов с сильными разрывами.

Опыт показывает, что в качестве интегрального соотношения, приложимого не только для непрерывных, но и для разрывных движений, нужно брать закон сохранения энергии в интегральной форме. Заметим, что, например, уравнение притока тепла в интегральной форме или уравнение сохранения энтропии для адиабатических процессов в интегральной форме приводит к неверным условиям на сильном разрыве.

В связи с этими соображениями ясно, что вариационное уравнение (5) в интегральной форме можно применять для разрывных процессов и соответственно вывода условий на скачках при физически правильно (в согласии с опытом) определенных выражениях для плотности функции Лагранжа Λ и для выражения функционала δW^* . В частности, при выводе условий на скачках в выражении для δW^* необходимо сохранить все члены, характеризующие притоки энергии, и ввести новые присутствующие концентрированные притоки на поверхностях разрывов в форме, которая непосредственно входит в уравнение энергии. Функцию Λ также необходимо фиксировать (и этим определяется «дивергентный

член»), исходя из физических соображений, которые в конечном счете оправдываются соответствием данной модели опытам, в которых наблюдаются сильные разрывы характеристик состояния.

Очевидно, что, опираясь на базисное уравнение (5) и физический смысл его членов, можно использовать и установить непосредственные контакты с термодинамикой, электродинамикой и химией. С множеством деталей и выводов, связанных с использованием уравнения (5) для восстановления на его основе всех известных моделей материальных сред и полей и для построения новых моделей, можно познакомиться в книге автора «Механика сплошных сред» (т. 1, все издания) и в специальных научных работах (см. список литературы).

ЛИТЕРАТУРА

- Жизнь науки. М., Наука, 1973.
- Борн М. Размышления и воспоминания физика. М., Наука, 1977.
- Капица П. Л. Эксперимент. Теория. Практика. М., Наука, 1981.
- Лобачевский Н. И. О началах геометрии. ПСС, т. 1. М.—Л., Гостехтеориздат, 1946, с. 181—409 (Казанский вестник, 1829—1830).
- Риман Б. О гипотезах, лежащих в основании геометрии. — Соч. М.—Л., Гостехтеориздат, 1948, с. 279—294 (лекция 1854 г., впервые опубликована в 1867 г.).
- Седов Л. И. Размышления о науке и об ученых. М., Наука, 1980.
- Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Наука, 1981.
- Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. Изд. 4-е. М., Наука, 1983.
- Седов Л. И. О перспективных направлениях и задачах в механике сплошных сред. — ПММ, 1972, т. 40, вып. 6.
- Седов Л. И. Виды энергии и их трансформации. — ПММ, 1981, т. 45, вып. 6.
- Пуанкаре А. О науке. М., Наука, 1983.
- Природа электрического тока (беседы-диспуты в Ленинградском политехническом ин-те, дек. 1929 — март 1930). Оттиски из журнала «Электричество», 1930, № 3, 8, 10. Изд. Всес. электротехн. объединения. М., 1930.
- Седов Л. И. Применение базисного вариационного уравнения для построения моделей сплошных сред. — В сб.: Избранные вопросы современной механики. Т. 1. М., Изд-во Моск. ун-та, 1981.
- Скобельцин Д. В. О тензоре импульса — энергии электромагнитного поля. — Успехи физ. наук, 1973, т. 110, вып. 2.
- Гинзбург В. Л. О законах сохранения энергии и импульса при изучении электромагнитных волн (фотонов) в среде и о тензоре импульса — энергии в макроскопической электродинамике. — Успехи физ. наук, 1973, т. 110, вып. 2.
- Седов Л. И. Теоретические модели. Македонска Академија на науките и уметностите. Скопје, 1975.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
О силах инерции	5
О равновесных показаниях акселерометра	19
Об основных соотношениях в инерциальной навигации	23
О понятиях устойчивости и неустойчивости в механике	34
Изобретение физических моделей	36
О некоторых термодинамических результатах	41
Термодинамическая схема построения моделей веществ и полей	46
Литература	63

Леонид Иванович Седов

ОЧЕРКИ, СВЯЗАННЫЕ С ОСНОВАМИ МЕХАНИКИ И ФИЗИКИ

Гл. отраслевой редактор *Л. А. Ерлыкин*

Редактор *Г. Г. Карвовский*

Мл. редактор *Г. И. Валюженич*

Обложка художника *А. А. Астрецова*

Худож. редактор *М. А. Гусева*

Техн. редактор *Л. А. Солнцева*

Корректор *С. П. Ткаченко*

ИБ № 6048

Сдано в набор 28.06.83. Подписано к печати 25.08.83. Т 11753. Формат бумаги 84×108¹/₃₂. Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 3,36. Усл. кр.-отт. 3,57. Уч.-изд. л. 3,47. Тираж 34 200 экз. Заказ 1199. Цена 11 коп. Издательство «Знание». 101835, ГСП, Москва, Центр; проезд Серова, д. 4. Индекс заказа 834010.

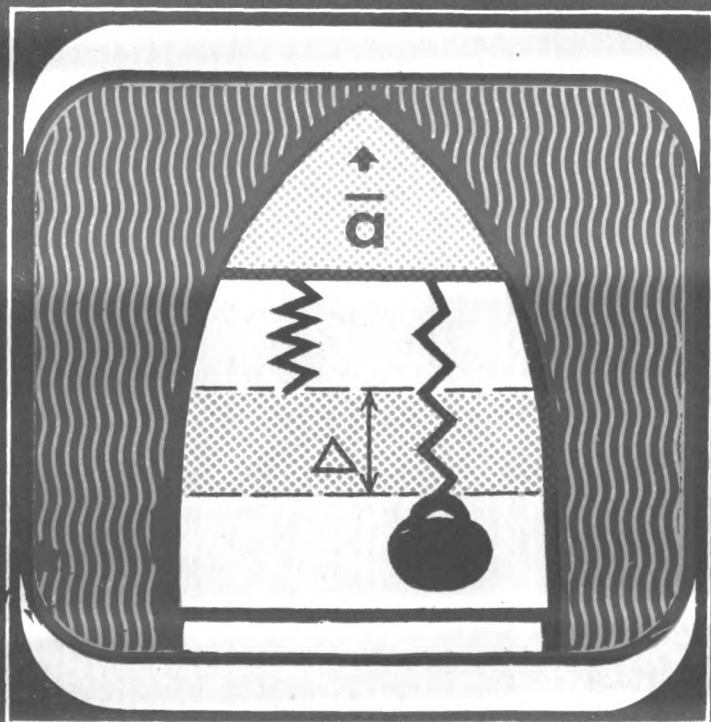
Типография Всесоюзного общества «Знание». Москва, Центр, Новая пл., д. 3/4.

ДОРОГОЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Брошюры этой серии в розничную продажу не поступают, поэтому своевременно оформляйте подписку. Подписка на брошюры издательства „Знание“ ежеквартальная, принимается в любом отделении „Союзпечати“.

Напоминаем Вам, что сведения о подписке Вы можете найти в „Каталоге советских газет и журналов“ в разделе „Центральные журналы“, рубрика „Брошюры издательства „Знание“.

Цена подписки на год 1 р. 32 к.



СЕРИЯ
ФИЗИКА