Ueber den Bauch hinaus, bis zum nächsten Knoten, treten dann wieder dieselben Erscheinungen in umgekehrter Reihenfolge auf. — Zwischen zwei Knoten erreicht die Flamme eine Höhe von 0,03 bis 0,04 m.

Dieses ist der Vorgang, wie er sich in den meisten Fällen beobachten lässt, doch kommt es auch in der Gegend der Bäuche vor, dass an derselben Stelle die Flammen bald ganz gleich hoch, bald von etwas verschiedener Länge erscheinen, bald gekoppelt, bald in gleichen Abständen von einander, was seinen Grund offenbar in der äusserst grossen Empfindlichkeit des Apparates hat, der durch die geringsten Druckveränderungen in der Gasleitung, mit der er verbunden ist, beeinflusst wird. Diese ausserordentliche Empfindlichkeit der Vorrichtung hat aber beim Experimentiren nichts Nachtheiliges, denn bemerkt man, dass beim Durchgange durch eine Knotenstelle die Flamme grösser und heller bleibt, als sie ursprünglich regulirt gewesen war, so gleitet man mit ihr an das Ende der Pfeife und stellt sie vermittelst der Mikrometerschrauben sofort wieder richtig ein.

Damit diese Experimente gut gelingen, muss die Pfeife laut und rein tönen, auch keinen zu tiefen Theilton geben. Ich erhielt die besten Resultate mit den Tönen, welche über $\bar{c}$ (ut_3) hinauslagen.

Paris, Mai 1881.

III. *Ueber das Leitungsvermögen der Metalle für Wärme und Electricität; von L. Lorenz in Kopenhagen.*

(Fortsetzung von p. 447.)

Nach Beendigung dieser Versuche, die von Januar bis October 1880 gedauert hatten, wünschte ich, namentlich auf Veranlassung der inzwischen von Hrn. H. F. Weber[1]) veröffentlichten Beobachtungsresultate, welche in auffallender

1) H. F. Weber, Berl. Monatsber. 1880. p. 457.

Weise von den meinigen abweichen, die Bestimmungen der Wärmeleitungsvermögen der Stangen auf eine von der zuerst befolgten vollkommen verschiedene Weise zu wiederholen. Ich wählte für diesen Zweck die Methode von Forbes: die Beobachtung des stationären Temperaturzustandes der an dem einen Ende erwärmten Stangen, und die Beobachtung der Erkaltung der zuerst gleichförmig erwärmten Stangen durch die äussere Wärmeleitung. Um zugleich die Anwendung des früher benutzten Erwärmungsapparates zu vermeiden, beschränkte ich mich darauf, die Versuche in freier Luft bei der Temperatur des Zimmers auszuführen.

Ich fing diese Untersuchung mit Beobachtungen über die sogenannte äussere Wärmeleitung an, indem ich erwärmte Körper von verschiedenen Grössen und Formen in Bezug auf ihre Erkaltung in der freien Luft untersuchte.

Zur Berechnung dieser Beobachtungen wandte ich die in der neueren Zeit eingeführte Formel für die äussere Wärmeleitung an, nach welcher die von der Oberflächeneinheit in der Zeiteinheit an die Umgebungen abgegebene Wärmemenge durch $hu(1 + \beta u)$ ausgedrückt wird, wo durch u der Temperaturüberschuss des Körpers über die Temperatur der Umgebungen und durch h und β zwei von u unabhängige Constanten bezeichnet werden. Diese Form genügte auch so lange, als die Beobachtungen sich nur von einer Anfangstemperatur u_0 bis auf ungefähr $\frac{1}{4} u_0$ erstreckten, allein wenn die Beobachtungen noch weiter fortgesetzt wurden, so wichen sie merklich von den berechneten Werthen ab.

Da diese empirische Formel mich deswegen nicht ganz befriedigen konnte, versuchte ich es, auf theoretischem Wege zu einer brauchbareren Formel zu gelangen. Der erste Schritt in dieser Richtung ist von Hrn. A. Oberbeck[1]) gemacht, allein indem dieser Forscher die Lösung durch Reihenentwickelungen nach steigenden Potenzen des Ausdehnungscoëfficienten des umgebenden Gases herbeizuführen versucht hat, ist es ihm nur gelungen, eine für stark ver-

1) Oberbeck, Wied. Ann. 7. p. 271. 1879.

dünnte Gase geltende Lösung zu finden, während ihm durch dieses Verfahren die eigentliche praktische Lösung der Aufgabe ganz entfallen ist.

Eine Platte von der Höhe H und unendlich grosser Breite sei vertical aufgehängt und auf einer constanten Temperatur erhalten. Es entstehen dadurch in der umgebenden, kälter angenommenen Luft aufwärts gerichtete Strömungen, und wird angenommen, dass die horizontalen Strömungen vernachlässigt werden können, so folgt hieraus, dass der Luftdruck p überall in derselben horizontalen Ebene als gleich gross betrachtet werden kann, während derselbe sich dagegen von der einen horizontalen Schicht bis zur anderen ändert.

Es sei w die verticale Geschwindigkeit, η der Reibungscoëfficient, ϱ' die Dichtigkeit der Luft und g die Beschleunigung der Schwere. Alsdann wird mit den gemachten Voraussetzungen die Gleichung für die Bewegung der Luft:

$$(1) \qquad \varrho'\left(\frac{dw}{dt} + \frac{dw}{dz}w\right) = -\varrho' g - \frac{dp}{dz} + \eta\left(\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d^2w}{dz^2}\right).$$

Ferner sei T die absolute Temperatur der Umgebungen in unendlicher Entfernung von der Platte, $T + \vartheta$ die Temperatur im Punkte x, z, c die Wärmecapacität bei constantem Druck und k das Wärmeleitungsvermögen der Luft. Alsdann ist die Gleichung für die Bewegung der Wärme:

$$(2) \qquad \varrho' c\left(\frac{d\vartheta}{dt} + \frac{d\vartheta}{dz}w\right) = k\left(\frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{d^2\vartheta}{dz^2}\right).$$

Ein Theil der Aenderung von ϑ rührt davon her, dass die Luft sich beim Aufsteigen ausdehnt. Allein die dadurch erfolgte Erkältung beträgt nur 0,0001° C., wenn die Luft um 1 cm in die Höhe gestiegen ist, und diese kleine Grösse wird hier vernachlässigt werden können.

Wenn die Dichtigkeit der Luft in unendlicher Entfernung von der Platte ($x = \infty$) durch ϱ bezeichnet wird, so hat man:

$$\varrho T = \varrho'(T + \vartheta) \qquad \text{und} \qquad \frac{dp}{dz} + \varrho g = 0,$$

also ist: $$\frac{dp}{dz} + \varrho' g = (\varrho' - \varrho) g = -\frac{\vartheta}{T + \vartheta}\varrho g.$$

Für den stationären Temperaturzustand gehen jetzt die Gleichungen (1) und (2) in die folgenden über:

$$\frac{dw}{dz}w = g\frac{\vartheta}{T} + \frac{\eta}{\varrho}\cdot\frac{T+\vartheta}{T}\left(\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d^2w}{dz^2}\right), \tag{3}$$

$$\frac{d\vartheta}{dz}w = \frac{k}{\varrho c}\cdot\frac{T+\vartheta}{T}\left(\frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{d^2\vartheta}{dz^2}\right). \tag{4}$$

Die Coëfficienten des letzten Gliedes dieser beiden Gleichungen werden im Folgenden als constant betrachtet werden. Es wird also in diesen Coëfficienten ϑ wegfallen.

Betrachten wir jetzt die Vorgänge in der zwischen zwei durch den unteren und oberen Rand der Platte gelegten horizontalen Ebenen befindlichen Luftschicht. Die Luft steigt durch die untere Ebene mit einer von x abhängigen Geschwindigkeit w empor und bewegt sich ohne beträchtliche Geschwindigkeitsänderungen nach der oberen Ebene, wogegen derselbe Luftstrom mit einer von T nur wenig verschiedenen Temperatur anfängt, sich alsdann schnell bis zu $T + \vartheta$ erwärmt und bei dieser Temperatur verharrt. Je grösser die Höhe der Platte, und je näher der Luftstrom an der Platte gelegen ist, um so besser werden diese Annahmen der Wirklichkeit entsprechen, und da die Vorgänge überhaupt vornehmlich von den Bewegungen und Erwärmungen der am nächsten der Platte gelegenen Luftschichten bedingt sind, so werden kaum grössere Fehler durch die Ueberführung dieser Annahmen auf beliebig entfernte Schichten begangen werden.

Unsere Voraussetzungen gehen also darauf hin, dass w von $z = 0$ bis $z = H$ eine von z unabhängige Function von x ist, und dass sowohl ϑ als $d\vartheta/dz$ für $z = 0$, gleich 0 sind, wogegen $d\vartheta/dz$ mit wachsendem z schnell wächst und wieder zu Null zurückkehrt, in der Weise, dass ϑ schon bei einem gegen H kleinen Werth von z einen constanten Werth erreicht. In der Grenzebene $z = H$ werden sowohl w als ϑ als constant betrachtet.

Durch Multiplication der Gleichungen (3) und (4) mit dz/H und Integration von $z = 0$ bis $z = H$ erhalten wir demnach:

$$(5)\qquad 0 = g\frac{\vartheta}{T} + \frac{\eta}{\varrho}\frac{d^2 w}{dx^2},$$

$$(6)\qquad \vartheta w = \frac{k}{\varrho c}\frac{d^2\vartheta}{dx^2},$$

an welche Gleichungen sich die folgenden Grenzbedingungen anschliessen:

$$\vartheta = \vartheta_0 \text{ und } w = 0 \text{ für } x = 0,$$
$$\vartheta = 0 \text{ und } w = 0 \text{ für } x = \infty.$$

Es ist also ϑ_0 die Temperatur der Platte

Wenn $x = \alpha x'$, $w = \beta w'$, $\vartheta = \vartheta_0 \vartheta'$ gesetzt wird, so können α und β so gewählt werden, dass die Differentialgleichungen in:

$$(7)\qquad 0 = \vartheta' + \frac{d^2 w'}{dx'^2} \quad \text{und} \quad \vartheta' w' = \frac{d^2\vartheta'}{dx'^2}$$

übergehen, indem alsdann:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\eta k H T}{\varrho^2 c g \vartheta_0}}, \qquad \beta = \sqrt{\frac{k g H \vartheta_0}{\eta c T}}$$

gesetzt werden muss. Die Grenzbedingungen werden:

$$\vartheta' = 1 \text{ und } w' = 0 \text{ für } x' = 0,$$
$$\vartheta' = 0 \text{ und } w' = 0 \text{ für } x' = \infty.$$

Da alle Coëfficienten jetzt reine Zahlen sind, so können die Integrale der Gleichungen (7) auch nur reine Zahlencoëfficienten enthalten.

Wenn L die Wärmemenge, welche von jedem Quadratcentimeter der Plattenoberfläche in der Secunde an die Luft abgegeben wird, bezeichnet, so ist:

$$L = -k\left[\frac{d\vartheta}{dx}\right]_{x=0} = -k\frac{\vartheta_0}{\alpha}\left[\frac{d\vartheta'}{dx'}\right]_{x'=0},$$

und wenn der Werth von α eingesetzt wird:

$$(8)\qquad L = N\sqrt[4]{\frac{c g k^3}{\eta H T}}\cdot\sqrt{\varrho}\,\vartheta_0^{\frac{5}{4}}.$$

wo:
$$N = -\left[\frac{d\vartheta'}{dx'}\right]_{x'=0}$$

eine reine Zahl ist, die später bestimmt werden wird. Für die vollkommenen Gase ist bekanntlich $c\eta/k$ nahezu gleich 1.

Obschon das so gefundene Resultat nur als eine erste Annäherung betrachtet werden kann, so drückt dasselbe auffallend genau die Gesetze der äusseren Wärmeleitung aus. Die von Dulong und Petit[1]) aus ihren Beobachtungen abgeleitete Formel für die Erkaltungsgeschwindigkeit, insoweit dieselbe nur von der Leitung und den Strömungen des umgebenden Gases abhängt, ist $mp^c \vartheta_0{}^b$. Diese Erkaltungsgeschwindigkeit ist der Wärmeabgabe L proportional. Anstatt p wird hier auch ϱ gesetzt werden können.

Für alle Gase, die untersucht wurden, wurde $b = 1{,}233$ gefunden, während die Gl. (8) $b = 1{,}25$, also fast genau den nämlichen Werth gibt. Ferner fanden Dulong und Petit für atmosphärische Luft $c = 0{,}45$, für Wasserstoff $c = 0{,}315$, für Kohlensäure $c = 0{,}517$, für Aethylen $c = 0{,}501$, während unsere Gleichung $c = 0{,}5$ für alle Gase gibt.

Ferner verhielten sich die Werthe von m für atmosphärische Luft, Wasserstoff, Kohlensäure und Aethylen wie 1 : 3,46 : 0,965 : 1,33, während die entsprechenden, mittelst der Gleichung (8) berechneten Verhältnisse 1 : 2,46 : 0,85 : 1,07 sind. Hier finden zwar grössere Abweichungen statt, allein wenn die Berechnung der Versuche von Dulong in der Weise, wie es Stefan[2]) angegeben hat, corrigirt wird, so findet man z. B. für Wasserstoff anstatt 3,46 die Zahl 3,11, die schon dem Werthe 2,46 bedeutend näher liegt.

Endlich haben auch Dulong und Petit den Coëfficienten m von der absoluten Temperatur unabhängig gefunden. Wenn die von Winkelmann, Obermeyer und E. Wiedemann[3]) für die Temperaturcoëfficienten gefundenen Werthe von k, η und c in die Gleichung (8) eingesetzt werden, so ergeben sich auch nur ziemlich geringe, von der absoluten Temperatur abhängige Aenderungen in den Werthen von L, indem nämlich diese Werthe für atmosphärische Luft und Wasserstoff nur um $-$ 0,14, Kohlensäure + 0,04, Aethylen + 0,13 Proc. für 1° C. erhöht werden.

Der in die Gleichung (8) eingehende Zahlencoëfficient N lässt sich folgendermassen bestimmen. Man setze $x' = \log 1/(1-y)$

1) Dulong u. Petit, Ann. de chim. et de phys. 7. p. 225—264 u. 337—367. 1817.

2) Stefan, Wien. Ber. 79. II. p. 1. 1879.

3) Siehe Theorie der Gase von O. E. Meyer, p. 101 u. 201. 1877.

und entwickele ϑ' und w' in Reihen nach aufsteigenden Potenzen von y:

$$\vartheta' = 1 + b_1 y + b_2 y^2 + \cdots, \qquad w' = a_1 y + a_2 y^2 + \cdots$$

Die Grenzbedingungen sind:

$$\vartheta' = 1 \text{ und } w' = 0 \text{ für } y = 0,$$
$$\vartheta' = 0 \text{ und } w' = 0 \text{ für } y = 1.$$

Werden nach und nach mehrere Glieder der Reihen für ϑ' und w' in die Gleichungen (7) eingesetzt, so ergeben sich für b_1 die folgenden Convergenten:

$$-1, \quad -0{,}6667, \quad -0{,}5902, \quad -0{,}5642, \quad -0{,}5539, \ldots$$

Die so nacheinander gefundenen Werthe von b_1 convergiren nahezu gegen $-0{,}548\ldots$ Nun ist:

$$-N = \left[\frac{d\vartheta'}{dx'}\right]_{x'=0} = \left[\frac{d\vartheta'}{dy}\right]_{y=0} = b_1.$$

also:
$$N = 0{,}548\ldots$$

Für die atmosphärische Luft bei gewöhnlichem Drucke und 0^0 haben ferner die übrigen in (8) eingehenden Coëfficienten die folgenden Werthe:

$$g = 981, \quad \varrho = 0{,}001\,294, \quad \eta = 0{,}000\,19, \quad k = 0{,}000\,050, \quad c = 0{,}238,$$

woraus folgt:
$$L = 0{,}000\,096 \,.\, H^{-\frac{1}{4}} \vartheta_0^{\frac{5}{4}}.$$

Durch Versuche, deren Einzelheiten ich hier übergehe, habe ich für eine Messingplatte von 11 cm im Quadrat:

$$L = 0{,}000\,125\, H^{-\frac{1}{4}} \vartheta_0^{\frac{5}{4}}$$

gefunden. Da der Coëfficient für eine unendlich breite Platte merklich kleiner werden wird, so muss auch diese Probe für die Richtigkeit der Theorie als genügend betrachtet werden.

Wenn also der Exponent b der Dulong'schen Formel gleich $\frac{5}{4}$ gesetzt wird, und wenn ferner das Stefan'sche Emissionsgesetz angenommen wird, so wird die Erkaltungsgeschwindigkeit eines in der Luft aufgehängten Körpers durch:

$$(9) \qquad -\frac{dT}{dt} = \frac{q\sigma}{mc}(T^4 - T_0^4) + \frac{q\lambda}{mc}(T - T_0)^{\frac{5}{4}}$$

ausgedrückt werden können, wo T und T_0 die absoluten Temperaturen des Körpers und der Umgebung, m die

Masse, c die Wärmecapacität, q die Oberfläche des Körpers und σ und λ constante Coëfficienten sind.

Bei schwächeren Erwärmungen kann die Ausstrahlung mit $T - T_0 = \vartheta$ proportional angenommen werden, und die Formel reducirt sich alsdann auf:

$$(10) \qquad -\frac{d\vartheta}{dt} = h\,\vartheta\,(1 + \eta\,\vartheta^{\frac{1}{4}}),$$

wo h und η Constanten sind. Wird $\vartheta = \vartheta_0$ für $t = 0$ gesetzt, so ergibt sich hieraus:

$$(11) \qquad t = \frac{4}{h}\log\frac{\vartheta^{-\frac{1}{4}} + \eta}{\vartheta_0^{-\frac{1}{4}} + \eta}.$$

Als Beispiel von der Anwendbarkeit dieser Formel theile ich einen mit einem mit Quecksilber gefüllten Cylinder von gefirnisstem Messingblech angestellten Erkaltungsversuch mit. Der Cylinder war horizontal aufgehängt, die Länge desselben betrug 15,85 cm, der Durchmesser 3,82 cm. Der Wasserwerth wurde gleich 83 g Wasser gefunden. Die Temperatur wurde auf einem in $^1/_{10}$ Grade eingetheilten Thermometer abgelesen. Die Beobachtungen waren:

$\vartheta =$	12,9°,	9,9°,	6,9°	2,4°,	1,4°
$t =$	0 ,	496,	1207,	3473,	4733 Sec.
$t_{(\text{ber.})} =$	0 ,	499,	1208,	3470,	4733 „

Die berechneten Werthe von t entsprechen $h = 0{,}000\,246\,3$, $\eta = 0{,}63$.

Noch weiter kann die Formel für die Erkaltungsgeschwindigkeit reducirt werden in den Fällen, wo die Wärmeabgabe durch Strahlung nur gering ist gegen diejenige durch Leitung. Man erhält alsdann:

$$(12) \qquad -\frac{d\vartheta}{dt} = l\,\vartheta^{\frac{5}{4}},$$

mit nur einer Constante l, und daraus:

$$(13) \qquad t = \frac{4}{l}\left(\vartheta^{-\frac{1}{4}} - \vartheta_0^{-\frac{1}{4}}\right).$$

Diese Formel findet besonders bei kleineren Körpern mit metallischer Oberfläche eine gute Anwendung. Die Grösse eines Körpers übt nämlich einen grossen Einfluss auf den

Coëfficienten der äusseren Wärmeleitung aus, was ich an einigen Beispielen zeigen werde. Es wird hieraus zugleich eine Erklärung der grossen Unterschiede in den von verschiedenen Beobachtern gefundenen Werthen des Coëfficienten der äusseren Wärmeleitung hervorgehen.

Bei der Berechnung meiner theils mit Thermometern, theils mit Thermoelementen ausgeführten Versuche bin ich von dem von Graetz[1]) für das Glas angegebenen Emissionscoëfficient $\sigma = 1{,}085 . 10^{-12}$ ausgegangen. Durch eigene Versuche habe ich diesen Coëfficienten, wenn derjenige des Glases als Einheit genommen wird, für gefirnisstes Messing gleich 0,79, für blankes Messing gleich 0,11 gefunden. Für alle rein metallische, polirte Oberflächen wurde sehr nahe derselbe Coëfficient gefunden, doch bildeten das Antimon und das Wismuth in dieser Beziehung merkliche Ausnahmen, indem diese Metalle 3- bis 4 mal mehr als die anderen ausstrahlten.

Die Beobachtungen ergaben folgende Werthe des Coëfficienten λ (Gleich. 9):

Horizontal aufgehängte Cylinder:

1.	Durchmesser 3,82 cm,	Länge 15,85 cm,	$\lambda = 0{,}000\,069$
2.	„ 1,5 „	„ 23,8 „	$\lambda = 0{,}000\,090$
3.	„ 0,46 „	„ 800 „	$\lambda = 0{,}000\,166$

Kugeln:

1.	Durchmesser 10,64 cm,	$\lambda = 0{,}000\,055$
2.	„ 4,74 „	$\lambda = 0{,}000\,074.$

Die Kugeln waren hohl, und die Beobachtungen wurden sowohl mit den leeren als mit den mit Quecksilber gefüllten Kugeln angestellt. Ebenso wurden Versuche mit einem 6 cm langen Stück der einen Messingstange angestellt, und als nachher der Cylinder ausgebohrt und mit einem Messingpfropfen verschlossen war, wurden die Versuche wiederholt. Obschon in dieser Weise sehr verschiedene Erkaltungsgeschwindigkeiten bei ungeänderter Oberfläche erhalten wurden, so zeigte sich doch keine Aenderung in der äusseren Wärmeleitung. Es ist dieses Resultat von Belang für alle über die

1) Graetz, Wied. Ann. **11.** p. 913. 1880.

innere Wärmeleitung der Metalle ausgeführten Versuche, da bei diesen immer vorausgesetzt wird, dass die Wärmeabgabe an die Umgebungen bei derselben Temperatur dieselbe sei, es sei die Temperatur des erwärmten Körpers constant oder variabel. Diese Frage kann nur durch Versuche beantwortet werden, denn es wäre aus theoretischen Gründen recht wohl möglich, dass die Erkaltungsgeschwindigkeit selbst auf die äussere Wärmeleitung einen Einfluss ausüben werde können. Man wird sich zum Beispiel einen erwärmten, von einem schlechten Wärmeleiter umgebenen Körper in irgend einer Weise so schnell abgekühlt denken können, dass derselbe sogar Wärme von der im voraus erwärmten Umgebung empfangen werde. Wenn der Körper von der Luft umgeben wäre, würden indessen gleichzeitig stärkere Strömungen entstehen, wodurch die entgegengesetzte Wirkung herbeigeführt würde.

Nach Beendigung dieser Voruntersuchungen wurden die Stangen, mit Ausnahme der Magnesiumstange, galvanoplastisch mit Nickel überzogen. Leider ging die Antimonstange beim Putzen auf der Drehbank entzwei, und von der Zinnstange war bei den früheren Versuchen so viel abgeschnitten, dass die Länge derselben sich unzureichend zeigte. Es blieben also nur neun Stangen für die folgenden Versuche übrig.

Die Versuche wurden in folgender Weise ausgeführt. Das eine Ende der zu untersuchenden Stange war an den kleinen Erwärmungsapparat, welcher mir früher bei den Bestimmungen der Wärmecapacitäten gedient hatte, angebracht. Der Apparat enthielt Alkohol, welcher mittelst einer Lampe im Sieden erhalten wurde. Die drei Decimeter über der Tischplatte horizontal angebrachte Stange war mittelst mehrerer Schirme sowohl gegen den Erwärmungsapparat, als gegen seitliche Luftzüge geschützt. Wenn nach Verlauf von gegen fünf Stunden die Temperatur der Stange sich stationär zeigte, wurden die Temperaturen der verschiedenen Löcher der Stange der Reihe nach mittelst eines einzigen Thermoelementes gemessen. Die Drähte des aus einem 0,2 mm dicken Neusilberdraht und einem 0,1 mm dicken Kupferdraht bestehenden Thermoelementes waren an dem einen Ende neben einander gelegt und an der Spitze zusammengelöthet. Sie waren beide bis an die Spitze, welche bis zur Mitte des Loches eingesteckt wurde, von einander isolirt. Ein kleiner Tropfen Oel war im voraus in alle Löcher eingebracht. Die beiden anderen Drahtenden des Thermoelementes waren mit den zum Galvanometer und zu dem Messdrahte führenden Leitungen verbunden, und die beiden Verbindungsstellen waren in zwei auf dem Tisch stehenden Gläsern mit Quecksilber angebracht. Im übrigen wurden die Messungen auf dieselbe Weise wie früher ausgeführt. 57,7 mm des Messdrahtes entsprachen bei einem Widerstande von 112 S.-E. 1° C.

Nach beendigter Messung der Temperaturen der Löcherreihe wurde die Stange gleichförmig bis auf eine hinlängliche hohe Temperatur erwärmt, wonach sie wieder, an zwei seidenen Faden aufgehängt, an den früheren Ort zurückgeführt wurde, während hier alles unverändert blieb. Nur befand sich jetzt die Stange ausserhalb des vor dem Erwärmungsapparat angebrachten Schirmes, und die dadurch entstandene Oeffnung in dem Schirme war verstopft. Das Thermoelement wurde in eines der Löcher der Stange angebracht, und die Beobachtungen gingen jetzt darauf aus, die Zeitmomente, wenn die Temperatur gewisse feste Punkte des Messdrahtes passirte, zu bestimmen.

Aus den folgenden Beobachtungen über die Erkaltung wird hervorgehen, dass die Gleichung (13), die nur eine einzige Constante enthält, zur Berechnung der Beobachtungen vollkommen genügt. Wenn also die in den Einheiten des Messdrahtes gemessene Temperatur mit u bezeichnet wird, so erhalten wir für die Erkaltungsversuche die einfache Gleichung:

$$t = \frac{4}{l}\left(u^{-\frac{1}{4}} - u_0^{-\frac{1}{4}}\right), \tag{14}$$

während die den bei stationären Temperaturen angestellten Versuchen entsprechende Differentialgleichung in:

$$\frac{1}{a}\frac{d^2 u}{dx^2} = l' u^{\frac{5}{4}} \tag{15}$$

übergeht, wo wie früher $a = (c\delta/k)$ ist. Die beiden Constanten l' und l verhalten sich wie der cylindrische Theil der Oberfläche der Stange zu der ganzen Oberfläche derselben. Wenn d der Durchmesser, L die Länge der Stange ist, so ist also $l' : l = 1 : (1 + d/2L)$.

Die Löcher, deren Temperaturen gemessen wurden, waren von dem freien Ende der Stange um 1, 3, 5 ... cm entfernt. Die gemessenen Temperaturen seien $u_1, u_3, u_5 \ldots$

Wenn die Stange um soviel verlängert gedacht wird, dass die cylindrische Oberfläche um den Flächeninhalt der Endfläche vergrössert wird, und die Endfläche der verlängerten Stange als für die Wärme undurchdringlich angenommen wird, so würde die Wärmeabgabe der Stange nahezu dieselbe werden. Wird die Verlängerung durch ε bezeichnet, so ist also $\varepsilon = \frac{1}{4} d = 0{,}375$, indem d für alle Stangen gleich 1,5 cm ist.

Wir erhalten demnach:

$$\frac{du}{dx} = 0 \text{ für } x = -\varepsilon,$$

wenn der Anfangspunkt der Coordinate in die wirkliche Endfläche der Stange gelegt wird. Aus der Gleichung (15) ergibt sich jetzt:

$$\frac{du}{dx} = a l' \int_{-\varepsilon}^{x} u^{\frac{5}{4}} dx,$$

und durch Integration dieser Gleichung:

$$\int_{2n-1}^{2n+1} \frac{du}{dx} dx = u_{2n+1} - u_{2n-1} = a l' \left[2 \int_{-\varepsilon}^{2n+1} u^{\frac{5}{4}} dx + \int_{2n-1}^{2n+1} u^{\frac{5}{4}} (2n - 1 - x) \, dx \right].$$

Die letzteren Integrale können in Summen verwandelt werden. Es sei:

$$s_1 = (1 + \tfrac{1}{2} \varepsilon) u_1^{\frac{5}{4}}, \quad s_{2n-1} = s_1 + u_3^{\frac{5}{4}} + u_5^{\frac{5}{4}} + \cdots u_{2n-1}^{\frac{5}{4}};$$

man erhält alsdann mit grosser Annäherung:

$$u_{2n+1} - u_{2n-1} = 4 a l' \left[s_{2n-1} + \tfrac{1}{12} \left(u_{2n+1}^{\frac{5}{4}} - u_{2n-1}^{\frac{5}{4}} \right) \right].$$

Wird hier $n = 1, 2, 3 \ldots m$ gesetzt, so ergibt sich durch die Summation dieser m Gleichungen:

$$u_{2m+1} - u_1 = 4 a l' S_{2m-1}.$$

wo $S_{2m-1} = s_1 + s_3 + \cdots s_{2m-1} + \frac{1}{12}\left(u_{2m+1}^{\frac{5}{4}} - u_1^{\frac{5}{4}}\right)$ gesetzt ist.

Die Ausführung der Berechnung wird sogleich beispielsweise erleutert werden.

Blei. Die Temperatur des Locals $\vartheta = 3{,}1^0$ C.

Der Widerstand im Stromkreise des Messdrahtes $W =$ 112 S.-E.

Die Länge der Stange $L = 23{,}7$ cm.

1. Der Erwärmungsversuch bei stationärem Temperaturzustande ergab die folgenden, den u_1, u_3, u_5 ... entsprechenden Temperaturen:

$$u = 315,\ 324,\ 340,\ 364,\ 399,\ 439,\ 489,\ 558 \text{ mm.}$$

Die Berechnung wird nach dem folgenden Schema ausgeführt:

	u	$u^{\frac{5}{4}}$	s	S	$4\,al'$
1	315	1327	1576	1580	0,005 7
3	324	1375	2951	4538	0,005 5
5	340	1460	4411	8960	0,005 5
7	364	1590	6001	14977	0,005 6
9	399	1783	7784	22780	0,005 44
11	439	2009	9793	32597	0,005 34
13	489	2300	12093	44724	0,005 43
15	558	2712	—	—	—
—	708	—	—	130156	0,005 440

Die erste Verticalreihe gibt die Entfernung vom Stabende in Centimetern an, die folgenden Reihen enthalten u_1, $u_3, \ldots$, $u_1^{\frac{5}{4}}$, $u_3^{\frac{5}{4}}, \ldots$ u. s. w. Die letzte Reihe enthält die Quotienten $(u_3 - u_1)/S_1$, $(u_5 - u_1)/S_3, \ldots$, welche die den nacheinander beobachteten Temperaturen u_3, $u_5, \ldots$ entsprechenden Werthe von $4al'$ angeben. Als der endliche Werth von $4al'$ wird der Quotient:

$$\frac{u_1 + u_3 + \ldots u_{15} - 8u_1}{S_1 + S_3 + \ldots S_{13}} = \frac{708}{130\,156} = 0{,}005\,440$$

angenommen.

2. Der unmittelbar darauf angestellte Erkaltungsversuch ergab für:

$$\begin{aligned} u &= 600,\quad 500,\quad 400,\quad 300 \text{ mm} \\ t &= 0,\quad 114,\quad 264,\quad 463 \text{ Sec.} \\ t\,(\text{ber.}) &= 0,\quad 114,\quad 261,\quad 463\ \ „ \end{aligned}$$

Die Berechnung von t ist mittelst der Gleichung (14) ausgeführt, indem $l = 0{,}000\,330\,4$ gesetzt ist. Diesem Werthe von l entspricht $l' = 0{,}000\,320\,3$, also ist:

$$4a = \frac{0{,}005\,440}{0{,}000\,320\,3} = 16{,}98$$

bei ungefähr 10° C.

Die nach meiner ersten Methode ausgeführten Versuche ergaben $4a = 16{,}84$ bei 19° C.

Messing (roth). $\vartheta = 2{,}2^0$, $W = 62$ S.-E., $L = 23{,}8$.

1. $u = 366$, 372, 378, 386, 400, 419, 438, 461,

woraus: $4al' = 0{,}001\,974$.

2. $u = 600$, 500, 400, 300,

$t =$ 0, 237, 549, 971,

t (ber.) $=$ 0, 239, 547, 970,

$l = 0{,}000\,157\,6$, $l' = 0{,}000\,152\,8$,

$4a = 12{,}92$ bei 16° (früherer Versuch 12,02 bei 21°).

Neusilber. $\vartheta = 2{,}9^0$, $W = 62$ S.-E., $L = 23{,}8$.

1. $u = 361$, 377, 396, 434, 488, 545, 635,

woraus: $4al' = 0{,}006\,836$.

2. $u = 600$, 500, 400, 300,

$t =$ 0, 237, 539, 955,

t (ber.) $=$ 0, 236, 539, 956.

$l = 0{,}000\,160\,0$, $l' = 0{,}000\,155\,1$,

$4a = 44{,}07$ bei 17° (früherer Versuch 42,80 bei 19°).

Cadmium. $\vartheta = 3{,}4^0$, $W = 62$ S.-E., $L = 23{,}8$.

1. $u = 368$, 372, 380, 392, 409, 429, 454,

woraus: $4al' = 0{,}002\,272$.

2. $u = 600$, 500, 400, 350, 300, 250, 200,

$t =$ 0, 138, 326, 439, 578, 743, 961,

t (ber.) $=$ 0, 142, 325, 439, 576, 745, 962,

$l = 0{,}000\,265\,6$, $l' = 0{,}000\,257\,5$,

$4a = 8{,}82$ bei 17° (früherer Versuch 8,927 bei 24°).

Kupfer. $\vartheta = 4{,}3^0$, $W = 62$ S.-E., $L = 23{,}8$.

1. $u = 331$, 331, 333, 337, 342, 347, 352, 359,

woraus: $4al' = 0{,}000\,656$.

2. $u = 600, \quad 500, \quad 400, \quad 350, \quad 300, \quad 250,$
$t = \quad 0, \quad 251, \quad 592, \quad 805, \quad 1047, \quad 1358,$
$t\,(\text{ber.}) = \quad 0, \quad 259, \quad 592, \quad 801, \quad 1050, \quad 1358,$
$l = 0{,}000\,145\,6, \quad l' = 0{,}000\,141\,2,$
$4a = 4{,}65$ bei 16^0 (früherer Versuch 4,43 bei 19^0).

Messing (gelb). $\vartheta = 3{,}2^0$, $W = 62$ S.-E., $L = 25{,}2$.

1. $u = 341, \quad 345, \quad 353, \quad 365, \quad 380, \quad 400, \quad 424, \quad 450,$
woraus: $4al' = 0{,}002\,420.$
2. $u = 600, \quad 500, \quad 400, \quad 300,$
$t = \quad 0, \quad 237, \quad 538, \quad 962,$
$t\,(\text{ber.}) = \quad 0, \quad 236, \quad 539, \quad 956,$
$l = 0{,}000\,160\,0, \quad l' = 0{,}000\,155\,3,$
$4a = 15{,}58$ bei 17^0 (früherer Versuch 13.73 bei 20^0).

Wismuth. $\vartheta = 1{,}6^0$, $W = 112$ S.-E., $L = 21{,}4$.

1. $u = 127, \quad 138, \quad 163, \quad 202, \quad 255, \quad 329, \quad 439,$
woraus: $4al' = 0{,}02323.$
2. $u = 500, \quad 400, \quad 300, \quad 250, \quad 200,$
$t = \quad 0, \quad 130, \quad 317, \quad 442, \quad 601,$
$t\,(\text{ber.}) = \quad 0, \quad 134, \quad 318, \quad 442, \quad 601,$
$l = 0{,}000\,362\,4, \quad l' = 0{,}000\,350\,1,$
$4a = 66{,}35$ bei 7^0 (früherer Versuch 69,10 bei 0^0).

Eisen. $\vartheta = 4^0$, $W = 62$ S.-E., $L = 23{,}7$.

1. $u = 348, \quad 354, \quad 364, \quad 378, \quad 396$[1], $418, \quad 444{,}5$[1], $476.$
woraus: $4al' = 0{,}002\,793.$
2. $u = 450, \quad 400, \quad 350, \quad 291,$
$t = \quad 0, \quad 184, \quad 409, \quad 677,$
$t\,(\text{ber.}) = \quad 0, \quad 185, \quad 402, \quad 678,$
$l = 0{,}000\,140\,0, \quad l' = 0{,}000\,135\,7,$
$4a = 20{,}58$ bei 18^0 (früherer Versuch 20,24 bei 19^0).

---

1) Diese beiden Temperaturen sind wegen Verstopfung der Löcher nicht beobachtet, sondern durch Interpoliren berechnet.

Aus den durch die Erkaltungsversuche für die verschiedenen Stangen gefundenen Werthen von l' kann durch Multiplication mit $\frac{1}{4}dc\delta$ (d der Durchmesser der Stange, c die Wärmecapacität, δ die Dichtigkeit) die $u = 1$ entsprechende Wärmemenge, welche von jedem Quadratcentimeter Oberfläche der Stange in einer Secunde abgegeben wird, berechnet werden. Wenn der Centigrad als Einheit genommen wird, so muss der so gefundene Coëfficient noch mit $57{,}7^{\frac{1}{4}}$ für $W = 112$ S.-E. oder mit $31{,}94^{\frac{1}{4}}$ für $W = 62$ S.-E. multiplicirt werden.

Die in dieser Weise 1° C. entsprechenden, für die verschiedenen Stangen berechneten Coëfficienten sind:

Blei	0,000 114,	Wismuth . . .	0,000 106,
Cadmium .	0,000 111,	Messing (roth)	0,000 103,
Aluminium	0,000 109,	Messing (gelb)	0,000 100,
Zinn	0,000 109,	Kupfer	0,000 100,
Neusilber	0,000 107,	Eisen	0,000 099.

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen muss als befriedigend betrachtet werden, da theils die Erkaltungsversuche nicht unter ganz identischen äusseren Bedingungen angestellt wurden, theils die vernickelten Oberflächen auch nicht vollkommen gleich waren. Es hatte z. B. die Bleistange augenscheinlich die schlechteste Politur. Namentlich geht hieraus hervor, dass sich die Coëfficienten nicht nach den Erkaltungsgeschwindigkeiten der Stangen ordnen, indem z. B. die Wismuthstange, welche von allen Stangen am schnellsten erkaltet, die Mitte der Reihe einnimmt. Es bestätigt sich also auch bei diesen Versuchen, dass die Erkaltungsgeschwindigkeit selbst auf die äussere Wärmeleitung keinen merklichen Einfluss ausübt.

Die Uebereinstimmung der gefundenen Werthe von a mit den aus den früheren Versuchen hervorgegangenen muss auch für alle Stangen, mit Ausnahme der einen Messingstange, als befriedigend angesehen werden. Ich betrachte jedoch die nach meiner ersten Methode gefundenen Resultate als die genauesten. In Bezug auf die Wismuthstange, für welche eine Correction angebracht werden sollte, geben die letzteren Versuche einen um 4 Proc. kleineren Werth für a, welche Correction ich in die folgende Tabelle einführen werde. Diese Tabelle enthält also die nach meiner ersten Methode gefundenen Beobachtungsresultate mit der besagten Correction für das Wismuth.

	k_0	k_{100}	$\varkappa_0 \cdot 10^5$	$\varkappa_{100} \cdot 10^5$	$\frac{k_0}{\varkappa_0}$	$\frac{k_{100}}{\varkappa_{100}} : \frac{k_0}{\varkappa_0}$
Kupfer	0,7198	0,7226	45,74	33,82	1574	1,358
Magnesium	0,3760	0,3760	24,47	17,50	1537	1,398
Aluminium	0,3435	0,3619	22,46	17,31	1529	1,367
Messing (roth)	0,2460	0,2827	15,75	13,31	1562	1,360
Cadmium	0,2200	0,2045	14,41	10,18	1527	1,315
Messing (gelb)	0,2041	0,2540	12,62	11,00	1617	1,428
Eisen	0,1665	0,1627	10,37	6,628	1605	1,530
Zinn	0,1528	0,1423	9,346	6,524	1635	1,334
Blei	0,0836	0,0764	5,141	3,602	1627	1,304
Neusilber	0,0700	0,0887	3,766	3,632	1858	1,314
Antimon	0,0442	0,0396	2,199	1,522	2011	1,294
Wismuth	0,0177	0,0164	0,929	0,630	1900	1,372

Wenn man die obigen und die von verschiedenen anderen Beobachtern gefundenen Werthe des absoluten Leitungsvermögens der Metalle für die Wärme zusammenhält, so wird man leider die grössten Nichtübereinstimmungen antreffen. Gerade bei den neueren Messungen von Tait[1]) und H. F. Weber[2]), die ebenso das Leitungsvermögen für Electricität bestimmt haben, treten diese Nichtübereinstimmungen am schärfsten hervor. So findet z. B. Weber das Verhältniss $k_0/\varkappa_0$ für Kupfer gleich 2007, für Wismuth gleich 1288, während ich für Kupfer 1574 (nach der zweiten Methode 1500) und für Wismuth 1900 gefunden habe. Da indessen sowohl Tait als Weber ihre Mittheilungen nur als vorläufige bezeichnet haben, würde es voreilig sein, auf die möglichen Ursachen der Nichtübereinstimmungen hier einzugehen.

Aus den in obiger Tabelle enthaltenen Resultaten meiner Beobachtungen geht hervor:

1) Tait, Trans. Roy. Soc. of Edinb. 1878. p. 717.
2) F. Weber, Berl. Monatsber. 1880. p. 457.

Erstens für die besser leitenden Metalle eine Bestätigung des Gesetzes von **Wiedemann** und **Franz**, indem für diese Metalle das Verhältniss der beiden Leitungsvermögen für Wärme und Electricität sowohl bei 0^0 als bei 100^0 nahezu constant ist. Dagegen wächst dieses Verhältniss für die schlechteren Leiter der Metalle stark mit abnehmendem Leitungsvermögen, wodurch anscheinend der Uebergang zu den nichtmetallischen Leitern, bei welchen bekanntlich das erwähnte Verhältniss noch weit grösser ist, vermittelt wird.

Zweitens zeigt sich bei allen Metallen (das Eisen ausgenommen), dass das Verhältniss $k_{100}/\varkappa_{100} : k_0/\varkappa_0$ constant und nahezu gleich 1,367 ist. Man wird also für die der absoluten Temperatur T entsprechenden Leitungsvermögen k und $\varkappa$ für Wärme und Electricität

$$\frac{k}{\varkappa} = T \times \text{Constans},$$

haben, ein Gesetz, das sogar noch allgemeiner gültig zu sein scheint als das vorige, indem auch Neusilber, Antimon und Wismuth sich in dieser Beziehung wie die übrigen Metalle verhalten. In sehr auffallender Weise bestätigt sich das Gesetz bei Neusilber und Messing, bei welchen die beiden Leitungsvermögen für Wärme und Electricität sich mit der Temperatur ganz unregelmässig ändern. Dasselbe gilt in geringerem Grade für das Aluminium.

Ich hatte schon im Jahre 1872[1]) die Vermuthung ausgesprochen, dass „das Verhältniss zwischen der Leitungsfähigkeit eines reinen Metalles für die Wärme und die Electricität proportional sei der Temperatur, vom absoluten Nullpunkte an gerechnet“. Dass dieses Gesetz auch für Legirungen gültig sei, hatte ich damals nicht gewagt anzunehmen. Ich kann jetzt in Betreff der weiteren Folgerungen, die aus diesem Gesetz abgeleitet werden können, auf die citirte Abhandlung verweisen, doch muss bemerkt werden, dass das nach den damals bekannten Versuchen bestimmte Verhältniss $k/\varkappa$ dort viel zu hoch ausgefallen ist.

1) Lorenz, Pogg. Ann. 147. p. 429. 1872.

Es würde vielleicht jetzt nicht ganz ohne Interesse sein, zu versuchen, noch in Bezug auf die Theorie einen Schritt weiter zu gehen.

Man denke sich den folgenden Versuch angestellt. Ein Metalldraht wird in sehr viele kleine Stücke von der Länge l, ein anderer gleich dicker Draht von einem anderen Metalle in Stücke von der Länge l' zerschnitten. Diese Drahtstücke werden abwechselnd an einander gelöthet, und der so gebildete Draht wird in einen Stromkreis eingeschaltet. Durch den Strom entsteht ausser einer Wärmeentwickelung im ganzen Drahte auch eine besondere Wärmeentwickelung in der einen Hälfte der Löthstellen und eine Wärmeabsorption in der anderen Hälfte derselben. Es seien die endlichen stationären Temperaturen dieser Löthstellen T_0 und T_0', wo $T_0 > T_0'$ ist.

In den Löthstellen sind ferner thermoelectromotorische Kräfte vorhanden, welche infolge der mechanischen Wärmetheorie genau durch $-ET_0$ und $+ET_0'$ ausgedrückt werden können, wo E eine Constante ist, und für beide Metalle vorausgesetzt wird, dass kein thermoelectrischer Unterschied zwischen zwei ungleich erwärmten Stellen desselben Metalles stattfindet. Das electrische Potential wird alsdann beim Durchgang des Stromes durch zwei aufeinanderfolgende Löthstellen um $E(T_0 - T_0')$ verringert. Ausserdem wird noch ein Verlust an Potential durch den Widerstand der Drahtstücke entstehen, allein wenn die Stücke hinlänglich klein sind, kann dieser Verlust vernachlässigt werden.

Unter derselben Voraussetzung können auch die Temperaturen T und T' in einem Punkte in einem der Stücke l und l' durch

$$T = T_0 + ax + bx^2, \quad T' = T_0' + a'x + b'x^2$$

ausgedrückt werden, wobei x von der am nächsten links liegenden Löthstelle gerechnet wird. Da das Ende des einen Drahtstückes die gleiche Temperatur mit dem Anfangspunkte des anderen Stückes haben muss, so ist:

$$T_0' = T_0 + al + bl^2 \text{ und } T_0 = T_0' + a'l' + b'l'^2.$$

Ferner geben die Löthstellen bei dem stationären Zustande ebenso viel Wärme ab, wie sie empfangen. Die von dem Strome an die Löthstellen abgegebenen Wärmemengen sind, der mechanischen Wärmetheorie zufolge, $AiET_0$ und $-AiET_0'$, wenn A die der Arbeitseinheit entsprechende Wärmemenge und i die Stromstärke ist. Sind ferner k und k' die Wärmeleitungsvermögen der beiden Metalle, q der Durchschnitt des Drahtes, so folgt:

$$AiET_0 = -kq\left[\frac{dT}{dx}\right]_{x=0} + k'q\left[\frac{dT'}{dx}\right]_{x=l'},$$

$$-AiET_0' = -k'q\left[\frac{dT'}{dx}\right]_{x=0} + kq\left[\frac{dT}{dx}\right]_{x=l}.$$

Durch Subtraction dieser beiden Gleichungen erhält man, mit Benutzung der oben gegebenen Gleichung:

$$AiE(T_0 + T_0') = 2q(T_0 - T_0')\left(\frac{k}{l} + \frac{k'}{l'}\right).$$

Der beim Durchgange des Stromes durch zwei an einander liegenden Löthstellen entstandene Verlust an Potential kann also durch:

$$E(T_0 - T_0') = AiE^2 \frac{\overline{T}}{q\left(\frac{k}{l} + \frac{k'}{l'}\right)}$$

ausgedrückt werden, wo $\overline{T} = \frac{1}{2}(T_0 + T_0')$ die mittlere Temperatur der Löthstellen ist.

Es leuchtet hiernach ein, dass die thermoelectrischen Kräfte für sich Widerstände hervorbringen, welche dem gewöhnlichen Widerstandsgesetze folgen, indem nach den letzteren der Potentialverlust gleich $i\,(l + l')/q\overline{\varkappa}$ sein würde, wenn durch $\overline{\varkappa}$ das scheinbare Leitungsvermögen des ganzen Drahtes bezeichnet wird. Der Draht verhält sich also in unserem Versuche, als ob das Leitungsvermögen desselben:

$$\overline{\varkappa} = \frac{\left(\frac{k}{l} + \frac{k'}{l'}\right)(l + l')}{AE^2\overline{T}}$$

wäre.

Wir wollen uns ferner denken, dass derselbe Draht ohne Strom an dem einen Ende erwärmt, an dem anderen Ende erkaltet wird, während er übrigens von vollkommenen Wärmeisolatoren umgeben ist. Es seien T_0, T_1, T_2 die

Temperaturen von drei an einander liegenden Löthstellen. Man hat alsdann:

$$k\frac{T_0-T_1}{l}=k'\frac{T_1-T_2}{l'}=\bar{k}\frac{T_0-T_2}{l+l'},$$

wenn $\bar{k}$ das scheinbare Wärmeleitungsvermögen des Drahtes darstellt. Es folgt hieraus:

$$\bar{k}=\frac{l+l'}{\frac{l}{k}+\frac{l'}{k'}}\quad\text{und}\quad\frac{\bar{k}}{\bar{\varkappa}}=\frac{A E^2 \bar{T}}{\left(\frac{k}{l}+\frac{k'}{l'}\right)\left(\frac{l}{k}+\frac{l'}{k'}\right)}.$$

Die letztere Gleichung gibt also das aus den Versuchen abgeleitete Verhältniss zwischen den beiden scheinbaren Leitungsvermögen für Wärme und Electricität.

Jeder Körper ist in seinem Inneren discontinuirlich. Es sind innere Grenzflächen vorhanden, in welchen man zugleich die Gegenwart von thermoelectrischen Kräften oder nach einer neueren Betrachtungsweise von electrischen Doppelschichten annehmen muss. Ein electrischer Strom muss deshalb bei dem Durchgange durch einen Körper dieselben Wirkungen wie in dem oben beschriebenen Versuche hervorbringen. So wie hier spielt ein eigentlicher electrischer Widerstand gegen denjenigen, welcher von dem Durchgang des Stromes durch die electrischen Doppelschichten herrührt, keine Rolle, und es ist eigentlich kein Grund vorhanden, einen besonderen Widerstand anzunehmen. Die Electricität wird sich also frei, ohne Potentialänderung, längs einer Doppelschicht bewegen können, und erst bei dem Durchgange durch eine Doppelschicht wird eine Aenderung in das electrische Potential eintreten.

Ferner ist auch kein Grund mehr vorhanden, eine besondere Wärmeleitung anzunehmen, indem alle Temperaturunterschiede durch locale electrische Ströme sich ausgleichen werden müssen. Ebenso wie die Wärme als strahlende Wärme sich durch locale alternirende Ströme von derselben Art, wie die bei der Entladung einer Leydener Flasche entstehenden Ströme fortpflanzt, so pflanzt sich auch die Wärme als geleitete Wärme durch locale electrische

Ströme von derselben Art, wie die bei der Entladung einer galvanischen Batterie entstehenden Ströme fort.

Wir denken uns jetzt eine Linie durch den Körper gelegt. Diese Linie schneide drei aufeinanderfolgende Doppelschichten in den Punkten A, B, C. Es seien l und l' die Entfernungen zwischen A und B, B und C. Die Temperaturen seien in A und C T_0', in B T_0. Diese ungleichen Temperaturen veranlassen locale electrische Ströme, welche wahrscheinlicherweise durchschnittlich dieselbe Wärmemenge von B nach A wie von B nach C überführen werden. Wenn nun diese Wärmebewegung als Wärmeleitung aufgefasst wird, und wenn das Wärmeleitungsvermögen zwischen A und B durch k und zwischen B und C durch k' bezeichnet wird, so sind die von B nach A und C übergeführten Wärmemengen proportional mit $k\,(T_0 - T_0')/l$ und $k'\,(T_0 - T_0')/l'$ zu setzen. Wenn nun diese beiden Wärmemengen also gleich gross angenommen werden, so erhält man $k/l = k'/l'$ und demnach:

$$\frac{k}{\varkappa} = A\left(\frac{E}{2}\right)^2 \overline{T}.$$

Dieses Verhältniss ist also mit der absoluten Temperatur des Körpers proportional, was mit meinen Beobachtungsresultaten in Uebereinstimmung ist. Ferner geht aus den Beobachtungen hervor, dass das Verhältniss zwischen den beiden Leitungsvermögen für alle gut leitende Metalle dasselbe ist, also würde E für alle diese Metalle denselben Werth haben. Wenn $k_0/\varkappa_0 = 1500$ angenommen wird, so findet man $E = 30400$.

Die electromotorische Kraft der im Inneren des Körpers angenommenen electrischen Doppelschichten oder „der moleculare Potentialunterschied" ist gleich $E\overline{T}$. Dieselbe ist mit dem obigen Werthe von E ungefähr um 23 mal grösser als die bei der Berührung zwischen Kupfer und Neusilber entstandene electromotorische Kraft.

Da der moleculare Potentialunterschied für verschiedene Körper gleich gross ist, und da derselbe der absoluten Temperatur proportional ist, so liegt es nahe, diesen Potentialunterschied mit der absoluten Temperatur zu identificiren.

Man würde alsdann ein absolutes Maass für den Wärmegrad erhalten, indem 1° C. = E = 30400 sein würde.

Ich habe in meiner oben citirten Abhandlung darauf aufmerksam gemacht, dass ein electrischer Strom, welcher durch einen Körper geleitet wird, denselben nur bis zu einer gewissen, von dem Potentialunterschied $P_1 - P_0$ der Zu- und Ableitungsflächen abhängigen Temperatur erwärmen kann. Wenn T_0 die Temperatur eines Körpers ist und T_1 die höchste Temperatur, bis zu welcher der Strom den Körper erwärmen kann, so erhält man, wenn das obige absolute Maass für den Wärmegrad angenommen wird, die einfache Gleichung $P_1 - P_0 = T_1 - T_0$. Wenn also die Temperatur als ein molecularer Potentialunterschied aufgefasst wird, so kann man sagen, dass ein von einem electrischen Strom durchströmter Körper keinen grösseren molecularen Potentialunterschied durch den Strom wird erlangen können als denjenigen, welcher im voraus da war, plus den numerischen Werth des grössten electrischen Potentialunterschiedes in zwei an der Oberfläche des Körpers gelegenen Punkten.

Wenn die electromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes gleich $11 \cdot 10^7$ gesetzt wird, so ist die grösste Erwärmung, welche dieses Element erzeugen kann, ebenfalls gleich $11 \cdot 10^7$ absoluten Temperatureinheiten oder $11 \cdot 10^7/30400 = 3600$ Centigrad. In meiner oben citirten Abhandlung hatte ich aus den damals bekannten mangelhaften Beobachtungen dafür den Werth 2780 Centigrad gefunden. Die grossen Aenderungen, welche in den damals von mir angenommenen numerischen Werthen jetzt gemacht werden müssen, haben auch meine Annahme über den Zusammenhang zwischen den Gesetzen der Electrolyse, der Wärmecapacitäten und der Wärme- und Electricitätsleitung modificiren müssen. Der thatsächliche Zusammenhang zwischen diesen Gesetzen ist folgender.

Bei dem Durchgange der Electricitätseinheit durch eine binäre Verbindung werden $N/9600$ g des Metalles an der negativen Electrode abgeschieden, wenn N die Atomzahl des Metalles bezeichnet. Die Erwärmung von N Grammen eines

Metalles um 1° C. erfordert ungefähr 6,4 Wärmeeinheiten oder $6{,}4 \times 42 \,.\, 10^6$ Energieeinheiten, und die Erwärmung um einen, nach der oben gegebenen Definition bestimmten, absoluten Grad erfordert $6{,}4 \times 42 \,.\, 10^6 / 30400 = 8800$ Energieeinheiten. Also erfordert die von der Electricitätseinheit abgeschiedene Menge von Metall $^{11}/_{12}$ Energieeinheiten, um um einen absoluten Grad erwärmt zu werden, während die Electricitätseinheit selbst eine Energieeinheit zur Erhöhung ihres Potentials um eine Einheit erfordert.

Ich will schliesslich noch die Aufmerksamkeit darauf hinlenken, dass meine oben entwickelte Ansicht über die Natur des electrischen Widerstandes, nach welcher electrische Ströme innerhalb begrenzter Kreise ohne Widerstand und ohne irgend einen Energieumsatz fortbestehen können, mit unserer Theorie des Magnetismus und des Diamagnetismus in genauer Verbindung steht, ja die nothwendige Grundlage derselben bildet.

Solche electrische Ströme repräsentiren eine gewisse kinetische electrische Energie. Betrachten wir zum Beispiel einen geschlossenen linearen, unendlich guten Leiter, dessen Inductionsconstante gleich C sei, und nähern wir diesem Leiter einen Magnetpol mit dem Magnetismus m, so ist:

$$C \frac{di}{dt} + m \frac{d\omega}{dt} = o\,,$$

wo i die inducirte Stromintensität und ω der Raumwinkel eines Kegels ist, dessen Spitze im Magnetpol liegt, und dessen Mantel den Stromleiter umhüllt. Wenn also ursprünglich kein Strom im Leiter vorhanden war, sodass $\omega = 0$ $i = 0$ entspricht, so ist:

$$Ci + m\omega = 0.$$

Die während der Bewegung des Magnetpoles ausgeführte Arbeit ist:

$$\int_o^\omega m\, i\, d\omega = \tfrac{1}{2} C i^2,$$

wodurch also die von dem Strome in diesem Leiter repräsentirte Energie bestimmt ist.

Betrachten wir einen unendlich guten körperlichen Leiter, so zeigt die Berechnung, dass durch äussere electromotorische Kräfte kein Strom im Inneren des Körpers, sondern nur in dessen Oberfläche erzeugt werden kann. Die innere Leitung spielt deshalb gar keine Rolle, und es zeigt sich so, dass die electrischen Ströme ebenso wie die statische Electricität nur Grenzflächenphänomene sind. Wenn ein Magnet einem solchen Körper genähert wird, so werden fortdauernde electrische Ströme in der Oberfläche erzeugt und der Körper verhält sich wie ein diamagnetischer Körper v. Ist der Körper eine Kugel mit dem Halbmesser r, und wird ein Magnetpol mit dem Magnetismus m in die Entfernung a vom Centrum der Kugel gebracht, so ist nach meiner Berechnung das magnetische Moment M der erzeugten electrischen Ströme durch $M = \frac{1}{2} m r^3 / a^2$ bestimmt, während die von diesen Strömen repräsentirte Energie gleich M^2 / r^3 ist.

Als Resultat sämmtlicher theoretischer Betrachtungen geht hervor, dass wir wahrscheinlicherweise im Inneren eines Körpers ausser den Massenbewegungen electrische Doppelschichten mit einem der Temperatur proportionalen Potentialunterschied und electrische Ströme als verschiedene Formen der Energie antreffen werden.

IV. *Ueber die Anwendung der Photometrie auf das Studium der Diffusionserscheinungen bei den Flüssigkeiten; von Sigmund v. Wroblewski.*

§ 1. Seit der im Jahre 1803 erfolgten Publication des Berthollet'schen Werkes,[1]) in welchem bereits behauptet

1) Berthollet: Essai de statique chimique. Paris 1803. Ich verdanke Hrn. Dr. A. Kossel in Strassburg, auf dieses interessante Werk aufmerksam gemacht worden zu sein. Aus dem IV. Capitel des 1. Theiles: „De la propagation de l'action chimique" geht unzweifelhaft hervor, dass Berthollet für seine Zeit sehr klare Anschauungen über den Vorgang der