

Утверждена Советом механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_ г.

Председатель Совета  
профессор

\_\_\_\_\_ В.Н.Чубариков

Представлена кафедрой гидромеханики механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_ г.

Заведующий кафедрой гидромеханики  
профессор

\_\_\_\_\_ В.П.Карликов

ПРОГРАММА СПЕЦКУРСА  
**«Течения жидкостей в пористых средах»**  
по специальности 01.02.05 «Механика жидкости, газа и плазмы»

Автор проекта  
доцент \_\_\_\_\_ Н.Е.Леонтьев

## Течения жидкостей в пористых средах (Fluid flows through porous media)

Годовой спецкурс

Леонтьев Н.Е., доцент, к.ф.-м.н.

1. Основные физические сведения о пористых средах. Описание фильтрации в рамках механики сплошных сред. Вывод системы уравнений фильтрации однородной несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде с помощью осреднения системы уравнений Навье — Стокса. Пористость. Скорость фильтрации.
2. Закон Дарси и пределы его применимости. Определение зависимости градиента давления от скорости фильтрации с помощью теории размерностей. Учёт анизотропии пористой среды. Двучленный закон фильтрации Форхгеймера. Фильтрация с предельным градиентом давления.
3. Уравнения баланса массы, импульса и энергии для течений в пористых средах. Соотношения на разрывах (феноменологический вывод). Типичные граничные условия. Граница пористой среды с идеальной жидкостью. Различные варианты условий на границе вязкой жидкости с пористой средой, течение в которой подчиняется закону Дарси (условия Биверса — Джозефа, Джонса).
4. Получение уравнений фильтрации с помощью осреднения системы уравнений, описывающей течение на микроуровне.
5. Замкнутая система уравнений для фильтрации несжимаемой жидкости. Стационарные решения для одномерных течений (с плоскими волнами, течений в случае осевой и сферической симметрии). Формулы Дюпюи для напорной фильтрации.
6. Плоская установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости. Типичные постановки задач. Применение методов ТФКП. Примеры: водонепроницаемая плотина с плоским основанием; постановка задачи о работе кротового оросителя.
7. Гидравлическая теория безнапорной фильтрации. Уравнение Буссинеска. Формула Дюпюи для безнапорной фильтрации. Строгое доказательство формулы Дюпюи для фильтрации через прямоугольную плотину.
8. Моделирование фильтрации тяжелой несжимаемой жидкости. Метод электрогидродинамической аналогии. Теория щелевого лотка (лотка Хеле-Шоу).
9. Изотермическая фильтрация газа в недеформируемой пористой среде. Уравнение для давления (уравнение Лейбензона). Аналогия с пологими безнапорными движениями несжимаемой жидкости в пористой среде. Задача о фильтрации газа в полубесконечный пласт при равномерном увеличении давления на границе.
10. Упругий режим фильтрации. Уравнение пьезопроводности. Задача о распространении плоской волны повышения давления в полубесконечном пласте. Постановка задачи о пуске скважины с постоянным расходом (дебитом).
11. Фильтрация с учетом упругих деформаций пористого скелета. Теория Био (теория консолидации). Уравнения пороупругости. Простейшие решения (задача Терцаги).
12. Модели течений в средах с большой пористостью. Уравнения Бринкмана, Дарси — Лэпвуда — Бринкмана. Различные варианты граничных условий. Условие проскальзывания на границе с твердой стенкой. Примеры простейших течений (течение в плоском канале с твердыми стенками, течение вдоль границы пористой среды и вязкой жидкости).
13. Вытеснение несмешивающихся жидкостей. Одномерная задача о поршневом вытеснении несмешивающихся жидкостей. Устойчивость фронта вытеснения (элементарная теория).
14. Описание многофазной фильтрации. Обобщенный закон Дарси, относительная фазовая проницаемость. Учет капиллярной разности давлений между фазами, функция Леверетта.
15. Одномерные модели двухфазных потоков в пренебрежении капиллярной разностью давлений. Теория Бакли — Леверетта. Условия на скачках насыщенности. Автомодельная задача о закачке воды в полубесконечный пласт. Сравнение с моделью поршневого вытеснения. Понятие об эволюционности разрывов для гиперболических уравнений.
16. Модели двухфазных течений с учетом капиллярной разности давлений. Уравнение Рапопорта — Лиса. Постановка задачи о структуре скачка насыщенности. Упрощенная модель фильтрации воды в случае малой водонасыщенности (с постоянным давлением в газовой фазе).
17. Фильтрация взаиморастворимых жидкостей. Автомодельное решение задачи о «размазывании» скачка концентрации примеси при учете конвективной диффузии.

18. Течения малоконцентрированных суспензий в пористых средах с учетом коагуляции (оседания частиц на пористый скелет). Различные варианты кинетического уравнения. Гиперболичность системы уравнений в пренебрежении конвективной диффузией. Простейшие решения в рамках линеаризованной модели (одномерная задача о закачивании суспензии в полубесконечный пласт).

#### Литература

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
2. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
3. Басниев К. С., Власов А. М., Кочина И. Н., Максимов В. М. Подземная гидравлика. М.: Недра, 1986. 303 с.
4. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. Пер. с англ. под ред. Г. И. Баренблатта. М.: Мир, 1964. 352 с.
5. Леонтьев Н. Е. Основы теории фильтрации. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, 2009. 88 с.
6. Леонтьев Н.Е. Засорение пористого пласта при движении фронтов с конечным скачком пористости // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 2009, № 5, с. 75-80.
7. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. 640 с.
8. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.
9. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.
10. Beavers G., Joseph D.D. Boundary conditions at a naturally permeable wall // J. Fluid Mech., 1967, Vol. 30, p. 197–207.
11. Brinkman H.C. A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid in a dense swarm of particles // Applied Scientific Research, 1947, Vol. A 1, p. 27–34.
12. Handbook of porous media. Ed. K. Vafai. 2nd ed. 2005.
13. Herzig J.P., Leclerc D.M., Le Goff P. Flow of suspensions through porous media — application to deep filtration // Industrial Eng. Chem., 1970, Vol. 62(5), p. 8–35.
14. Mei C.C. Micro-scale basis of seepage flow. Theory of homogenization // Notes on Advanced Environmental Fluid Mechanics, [http://web.mit.edu/fluids-modules/www/porous\\_media/6-2homo-L.pdf](http://web.mit.edu/fluids-modules/www/porous_media/6-2homo-L.pdf)
15. Verruijt A. Computational geomechanics. Springer, 1999.
16. Verruijt A. An introduction to soil dynamics. Springer, 2010.