

Утверждена Советом механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

«__» _____ 20__ г.

Председатель Совета
профессор

_____ В.Н.Чубариков

Представлена кафедрой гидромеханики механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

«__» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой гидромеханики
профессор

_____ В.П.Карликов

ПРОГРАММА СПЕЦКУРСА

«Вариационные методы, неравенства и модели механики сплошной среды»
по специальности 01.02.05 «Механика жидкости, газа и плазмы»

Автор проекта
профессор

_____ А.Н.Голубятников

Вариационные методы, неравенства и модели механики сплошной среды

Годовой спецкурс

А.Н. Голубятников, профессор, д.ф.-м.н.

Специальный курс содержит дополнительные главы механики сплошной среды, связанные с вариационными методами построения моделей, которые основаны на базовом уравнении Л.И.Седова. Основное содержание: симметрия относительно классических групп Ли и их подгрупп, характеристики и гиперболичность моделей обратимых процессов, условия на разрывах, термодинамика необратимых процессов и диссипативные члены, учет внутренних степеней свободы для описания микроструктуры, интегральные методы решения задач и оценки. Изложение сопровождается примерами основных моделей сплошных сред и полей, а также задачами из гидромеханики и газовой динамики.

ПРОГРАММА

1. История вопроса. Вариационные принципы теоретической механики. Уравнения Эйлера. Условия на разрывах. Преобразования Галилея. Диссипация энергии. Связи.
2. Вариационные формы механики сплошной среды. Варьирование многомерных функционалов. Сильные и слабые разрывы, характеристики. Симметрии. Модели идеального газа и несжимаемой жидкости.
3. Принципы термодинамики. Вязкий теплопроводный газ. Преобразование Лежандра, термодинамические потенциалы. Неголономные вариационные уравнения. Базовое вариационное уравнение Л.И. Седова для необратимых процессов. Уравнение энергии в интегральной форме.
4. Элементы теории конечных и непрерывных групп. Операторы бесконечно малых преобразований, коммутаторы, алгебры Ли. Инвариантность функций и тензорных полей. Правильные многогранники, решетки и тела вращения.
5. Преобразования производных. Инвариантность дифференциальных уравнений. Симметрии уравнений газовой динамики. Инвариантные и частично-инвариантные решения. Основные классы инвариантных решений в гидромеханике. Потенциальность.
6. Инвариантность функционалов. Теорема Нетер. Автомодельные задачи газовой динамики, интеграл Л.И.Седова. Симметрии неголономных вариационных задач.
7. Общая методика построения простых моделей сплошных сред. Группы эйлеровых и лагранжевых симметрий. Классификация групп аффинной симметрии. Примеры идеального газа, нелинейной теории упругости и жидкокристаллических сред с замороженной ориентацией.
8. Термодинамическая устойчивость как гиперболичность уравнений при отсутствии диссипативных процессов. Форма Грина и слабые разрывы. Связь с лагранжевой симметрией среды. Устойчивые типы ориентируемых жидкостей.
9. Введение ориентации молекул как внутренней степени свободы. Уточненные модели жидких кристаллов.
10. Классические интегральные неравенства, выпуклые функции. Связь с вариационными задачами. Оценки закона движения ударной волны в одномерных задачах газовой динамики. Задача о взрыве с противодавлением.
11. Гравитационное поле в ньютоновской механике. Интеграл действия. Уравнение Пуассона. Разрывы гравитационного поля. Тензор напряжений и плотность энергии.
12. Элементы электродинамики. Уравнения Максвелла. Силы Кулона и Лоренца. Напряжения Максвелла. Уравнение энергии поля.
13. Идеальная магнитная гидродинамика, замороженность магнитного поля. Электродинамика. Поляризуемые и намагничиваемые жидкости.
14. Преобразования Лоренца. Специальная теория относительности. Динамика материальной точки. Кинематика сплошной среды. Релятивистская гидродинамика. Тензор энергии-импульса идеального газа. Условия на разрыве.
15. Релятивистская форма электродинамики. Вариационный принцип, тензор энергии-импульса поля.
16. Гравитационное поле как геометрия пространства-времени. Общая теория относительности. Модель гравитирующего газа. Проблема определения тензора энергии-импульса гравитационного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. – 528 с. Т. 2. – 560 с. — Наука, 1994.
2. Бердичевский В.Л. Вариационные принципы механики сплошной среды. — М.: Наука, 1983. — 448 с.
3. Голубятников А.Н. Аффинная симметрия сплошных сред. — М: Изд-во мех-мат. фак-та МГУ, 2001. — 94 с.
4. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. — М.: Логос, 2005. — 328 с.
5. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. — М.: Наука, 1981. — 448 с.
6. Харди Г.Г., Литлвуд Д.Е., Поля Г. Неравенства. — М.: КомКнига, 2006. — 456 с.
7. Голубятников А.Н. Интегральные неравенства в задачах газовой динамики. — Аэромеханика и газовая динамика. 2001, № 1. С. 74–81.