

”Утверждаю”

Зав. кафедрой гидромеханики, проф.

\_\_\_\_\_ В.П. Карликов

5 февраля 2007 г.

## **Программа спецкурса ”Газовая динамика”**

для студентов 3–4 курса кафедры гидромеханики

Лектор – проф. А.В. Аксенов

При подготовке к экзамену необходимо повторить элементы механики сплошной среды и термодинамики: кинематику движения среды; уравнения сохранения массы, изменения количества движения и энергии в дифференциальной и интегральной формах; теорема живых сил, уравнение притока тепла и производства энтропии; второй закон термодинамики; определение термодинамических потенциалов, понятие теплоемкости процесса; условия на сильных разрывах; интегралы Бернулли и Коши-Лагранжа; уравнения движения в форме Громеки–Лэмба [1].

Базовыми являются книги [1, 2] и, частично, книги [3, 4, 5] из списка рекомендуемой литературы. Все книги из списка являются классическими и каждая из них представляет самостоятельный интерес.

Программа сформулирована в виде блоков вопросов. Важно понимание в целом каждого блока, знание его базовых составляющих и при этом необходимо представлять структуру его деталей (выкладок, решений конкретных задач и т.п.).

Отдельно, в конце программы, сформулирован блок вопросов по групповому анализу дифференциальных уравнений. Это факультативный материал для данного курса, но он важен и может пригодится в дальнейшем. Основные факты и определения группового анализа знать желательно – для повышения математической культуры.

1. Основные понятия газовой динамики. Понятие сжимаемости. Нормальный газ. Скорость звука. Совершенный газ. Свойства адиабаты Пуассона. [2, Предисловие, Гл. I: § 1].
2. Одномерные неустановившиеся баротропные движения с плоскими волнами. Характеристики. Инварианты Римана. Метод годографа. Система уравнений в плоскости годографа. Уравнение Эйлера–Пуассона–Дарбу для изэнтропических течений совершенного газа и его общее решение при  $\gamma = 3; 5/3$ . Метод характеристик [2, Гл. II: § 1,3,4].
3. Движение газа с малыми возмущениями. Простые волны (волны Римана). Центрированная волна Римана. Условие неизменности формы простой волны. Условие волны разрежения и сжатия. Опрокидывание волны сжатия. Градиентная катастрофа. Теорема о примыкании. Задача о поршне, начинающем движение из области, занятой покоящимся газом. Максимальная скорость расширения газа [1, Т. II, Гл. VIII: § 17,18], [2, Гл. II: § 7,8], [3, Гл. 6: § 6.8,6.9].
4. Законы сохранения для конечных объемов сплошной среды. Основные физико-механические характеристики конечного объема сплошной среды. Закон сохранения массы. Закон сохранения количества движения (второй закон Ньютона). Закон сохранения момента количества движения. Закон сохранения энергии (первое начало термодинамики). Выражение для скорости изменения энтропии. Формула дифференцирования по времени интеграла по контрольному объему. Законы сохранения в контрольном объеме. Получение дифференциальных уравнений из законов сохранения [2, Гл. I: § 2,7].
5. Соотношения на сильных разрывах. Вывод соотношений на сильном разрыве. Классификация сильных разрывов. Соотношения на ударной волне. Ударная адиабата Гюгонио и ее свойства. Ударная волна в совершенном газе. Теорема Цемплена. Ударные волны слабой интенсивности. Косая ударная волна. Ударная поляра Буземана. Качественная оценка ширины ударных волн при учете вязкости [2, Гл. I: § 4,7], [4, § 85–87,89,92,93].
6. Распад произвольного разрыва. Применение теории размерностей. Основные структуры. Теорема существования и единственности (без доказательства) [2, Гл. II: § 12], [3, Гл. 6: § 6.13], [5, § 17].
7. Сильный взрыв. Постановка задачи: основные уравнения, начальные и граничные условия. Применение теории размерностей. Автомодельность. Интеграл Л.И. Седова. Качественное поведение решения [1, Т. I, Гл. VII: § 8], [2, Гл. II: § 16].

8. Установившиеся движения газа. Основные уравнения и их интегралы. Уравнение количества движения в форме Фридмана–Крокко. Теорема о безвихревом движении. Теорема Ж. Адамара о безвихревом движении до и после ударной волны (без доказательства). Потенциальные движения. Трехмерное уравнение на потенциал. Линейное уравнение для возмущения потенциала [2, Гл. III: § 1], [4, § 114].
9. Двумерные установившиеся движения газа. Основные уравнения. Характеристики двумерных установившихся движений газа. Характеристическая форма уравнений. Относительное расположение характеристик. Угол Маха [2, Гл. III: § 1].
10. Двумерные установившиеся потенциальные движения газа. Система уравнений на потенциал и функцию тока. Переменные годографа. Система уравнений на потенциал и функцию тока в переменных годографа. Уравнения Чаплыгина. Некоторые точные решения в переменных годографа: вихрь и источник [2, Гл. III: § 3,4].
11. Простые волны Прандтля–Майера. Свойство пучка характеристик. Обтекание выпуклой криволинейной стенки, максимальный угол поворота скорости. Автомодельная центрированная волна при обтекании угла. Образование разрывов при обтекании вогнутого контура [2, Гл. III: § 10,11,12].
12. Внешние задачи аэродинамики. Линейная теория: закон Прандтля–Глауэрта (тонкий профиль в дозвуковом потоке); закон Аккерета (тонкий профиль в сверхзвуковом потоке). Околозвуковой параметр подобия. Закон подобия при обтекании тонких тел с гиперзвуковой скоростью. Закон плоских сечений при сверхзвуковом обтекании тонких тел [4, § 123,124,125,127], [2, Гл. III: § 23], [11, С. 164–169; 184–189].
- 13\*. Однопараметрические непрерывные группы Ли преобразований. Определение и примеры. Уравнения Ли. Инфинитезимальный оператор. Инварианты группы преобразований. Инвариантные многообразия. Критерий инвариантности. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями. Формулы продолжения. Определяющие уравнения. Инвариантные решения. Группы преобразований и  $\pi$ -теорема. Построение автомодельных решений (они являются инвариантными относительно группы растяжений) [5, § 8,12].

## Рекомендуемая литература

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. I, II. М.: Наука. 1983, 1984.
2. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988.
3. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир. 1977.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. 1986.
5. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. Москва–Ижевск. 2003.
6. Седов Л.И. Методы подобия и размерностей в механике. М.: Наука. 1981.
7. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Часть. II. М.: Физматгиз. 1963.
8. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: ИЛ. 1950.
9. Мизес Р. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. М.: ИЛ. 1961.
10. Гудерлей К.Г. Теория околосвуковых течений. М.: ИЛ. 1960.
11. Стулов В. П. Лекции по газовой динамике. М.: Физматлит. 2004.
12. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука. 1971.
13. Карман Т. Аэродинамика. Избранные темы в их историческом развитии. Москва–Ижевск. 2001.