

Утверждена Советом механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Председатель Совета  
профессор

\_\_\_\_\_ В.Н.Чубариков

Представлена кафедрой гидромеханики механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой гидромеханики  
профессор

\_\_\_\_\_ В.П.Карликов

ПРОГРАММА СПЕЦКУРСА  
**«Групповой анализ дифференциальных уравнений  
(с приложениями в механике сплошной среды)»**  
по специальности 01.02.05 «Механика жидкости, газа и плазмы»

Автор проекта  
профессор

\_\_\_\_\_ А.В.Аксёнов

# Групповой анализ дифференциальных уравнений (с приложениями в механике сплошной среды)

Годовой спецкурс

А.В.Аксенов, д.ф.-м.н, профессор

1. Однопараметрические непрерывные группы преобразований. Определение и примеры. Уравнения Ли. Инварианты группы. Инфинитезимальный оператор. Инвариантные многообразия. Группы преобразований и пи-теорема.
2. Группы, допускаемые дифференциальными уравнениями. Группы точечных преобразований. Формулы продолжения. Определяющие уравнения. Алгебра Ли операторов симметрии.
3. Размножение решений с помощью симметрий. Размножение решений линейных уравнений.
4. Групповая классификация дифференциальных уравнений.
5. Группы, допускаемые системами дифференциальных уравнений.
6. Групповая природа замены Флорина–Хопфа–Коула.
7. Инвариантно-групповые решения. Два подхода к построению инвариантных решений. Автомодельные решения, бегущие волны.
8. Прямой метод Кларксона–Крускала построения редукций и его обобщение.
9. Групповой критерий возможности линеаризации нелинейных уравнений.
10. Классификация инвариантных решений дифференциальных уравнений.
11. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих группу. Метод интегрирующего множителя. Метод дифференциальных инвариантов.
12. Нахождение фундаментальных решений уравнений математической физики с помощью симметрий.
13. Нелинейный принцип суперпозиции. Теорема Гульдберга–Вессио–Ли.
14. Контактные преобразования Ли. Инфинитезимальные контактные преобразования.
15. Группы Ли–Беклунда. Основные представления. Полная группа Ли–Беклунда для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.
16. Условные симметрии дифференциальных уравнений.
17. Нелокальные симметрии. Потенциальные симметрии.
18. Симметрии и законы сохранения. Вариационные симметрии. Теорема Э. Нетер. Симметрии и первые интегралы.
19. Приближенные непрерывные группы преобразований. Приближенные инвариантные решения.
20. Линейные дифференциальные соотношения первого порядка между решениями класса уравнений Эйлера–Пуассона–Дарбу.

## Литература

1. Овсянников Л.В. Групповые свойства дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР. 1962. 240 с.
2. Овсянников Л.В. Лекции по теории групповых свойств дифференциальных уравнений. Новосибирск: Изд-во НГУ. 1966. 132 с.
3. Овсянников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1978. 400 с.
4. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1983. 280 с.
5. Олвер П. Приложение групп Ли к дифференциальным уравнениям. Пер. с англ. М.: Мир. 1989. 639 с.
6. Bluman G.W., Kumei S. Symmetries and Differential Equations. Springer–Verlag New York Inc. 1989. 412 p. (Applied Mathematical Sciences. Vol. 81)
7. Полищук Е.М. Софус Ли (1842–899). Л.: Наука. 1983. 214 с.
8. Clarkson P.A., Kruskal M.D. New similarity reductions of the Boussinesq equation // J. Math. Phys. 1989. V. 30. № 10. Pp. 2201–2213.
9. Аксенов А.В., Козырев А.А. Редукции уравнения стационарного пограничного слоя с градиентом давления // Доклады АН. 2013. Т. 449. № 5. С. 516–520.
10. Аксенов А.В. Симметрии линейных уравнений с частными производными и фундаментальные решения // Доклады АН. 1995. Т. 342. № 2. С. 151–153.
11. Аксенов А.В. Симметрии и соотношения между решениями класса уравнений Эйлера–Пуассона–Дарбу // Доклады АН. 2001. Т. 381. № 2. С. 176–179.